

SIMMETRIK FAZOLAR UCHUN TAQSIMOT FUNKSIYANING XOSSALARI

**Jamuratov K**

*GulDU “Matematika” kafedrası dotsenti, f-m.f.n.,*

**Umarov X.R**

*GulDU “Matematika” kafedrası katta o‘qituvchisi,*

**Rahimjonov S**

*Matematika (yo‘nalishlar bo‘yicha) mutaxassisligi 1-bosqich magistranti*

**Annotatsiya:** Simmetrik fazolarni ta‘rifini kiritish uchun bizga taqsimot funksiya va teng o‘lchovlilik tushunchalari zarur bo‘ladi. Ushbu ishda taqsimot funksiya va teng o‘lchovlilik tushunchalari ta‘riflanadi. Taqsimot funksiyaning xossalarini sanab o‘tiadi.

**Kalit so‘zlar:** Taqsimot funksiya, teng o‘lchovli,  $\sigma$ -algebra, o‘ngdan uzluksiz funksiya, Lebeg ma‘nosidagi o‘lchov.

Faraz qilaylik,  $R^+ = [0, \infty)$  va  $m$  - o‘lchov Lebegning  $R^+$  yarim to‘g‘ri chiziqdagi odatiy o‘lchovi bo‘lsin. Bu shuni anglatadiki,  $m$  - o‘lchovning  $B = B(R^+)$   $\sigma$ -algebradagi qisqartma (sujeniya) si  $m|_B$  -  $R^+$  dagi yagona borel o‘lchovi bo‘lib,

$$m([0, x]) = x, \quad x \in R^+.$$

$m$  - o‘lchovning o‘zi esa, bu  $m|_B$  o‘lchovning  $R^+$  ning Lebeg ma‘nosida o‘lchovli bo‘lgan qism to‘plamlaridan iborat  $\sigma$ -algebra  $F = F(R^+)$  gacha davomi bo‘lib hisoblanadi.

Har bir nomanfiy o‘lchovli funksiya  $f : R^+ \rightarrow R^+$  ga

$$\eta_f(y) := m\{f > y\}, \quad y \in R^+, \quad (1)$$

ni mos qo‘yamiz, bunda

$$\{f > y\} := \{x \in R^+ : f(x) > y\}, \quad y \in R^+$$

-  $f$  funksiyaning yuqori lebeg to‘plami.

1-ta‘rif. (1) tenglik yordamida aniqlangan  $\eta_f(y) : [0, +\infty) \rightarrow [0, +\infty]$  funksiya  $f$  funksiya uchun (yuqori) taqsimot funksiya deb ataladi.

Taqsimot funksiyaning xossalarini sanab o‘tamiz.

1-tasdiq. Yuqori taqsimot funksiya  $\eta_f$  - kamayuvchi funksiya.

Isbot. Teoremaning isboti

$$y_1 < y_2 \Rightarrow \{f > y_1\} \supseteq \{f > y_2\} \Rightarrow \eta_f(y_1) \geq \eta_f(y_2)$$

munosabatdan kelib chiqadi.

2-tasdiq. Yuqori taqsimot funksiya  $\eta_f$  - o‘ngdan uzluksiz funksiya.

Isbot. Teoremaning isboti

$$y_1 \downarrow y_2 \Rightarrow \{f > y_1\} \uparrow \{f > y_2\} \Rightarrow \eta_f(y_1) \uparrow \eta_f(y_2)$$

munosabatdan kelib chiqadi.

Shuni ta'kidlab o'tamizki, o'ngdan uzluksizlik (1) dagi qat'iy tengsizlik " $>$ " ni tanlash orqali aniqlanadi. Ushbu  $y \rightarrow \eta_f(y)$  funksiyadan farqli ravishda,  $\eta \rightarrow m\{f \geq y\}$ ,  $y \in R^+$  funksiya chapdan uzluksizdir.

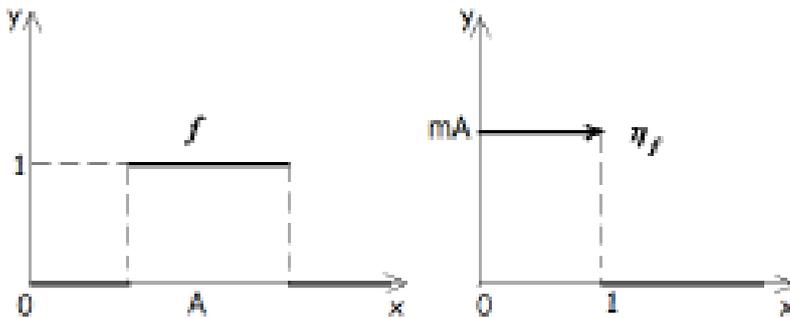
1-misol.

1. Aytaylik,  $f = 1_A$  funksiya  $A \in F_m$  to'plamning indikator (xarakteristik) funksiyasi bo'lsin:

$$1_A(x) = \begin{cases} 1, & \text{agar } x \in A \text{ бўлса,} \\ 0, & \text{agar } x \notin A \text{ бўлса.} \end{cases}$$

U holda  $\eta_f = mA \cdot 1_{[0,1)}$ , ya'ni

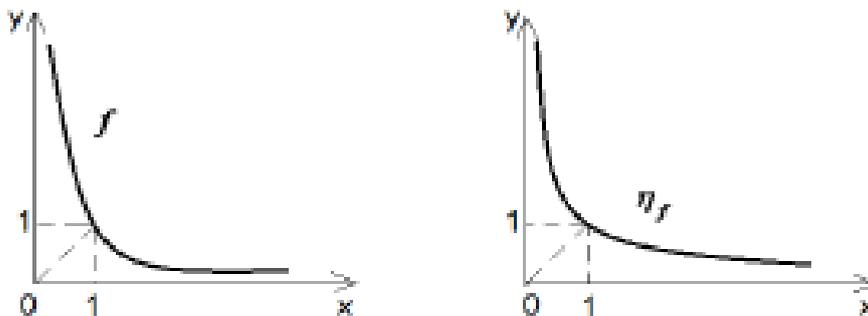
$$\eta_f(x) = \begin{cases} mA, & \text{agar } 0 \leq x < 1 \text{ бўлса,} \\ 0, & \text{agar } x \geq 1 \text{ бўлса.} \end{cases}$$



1-rasm.

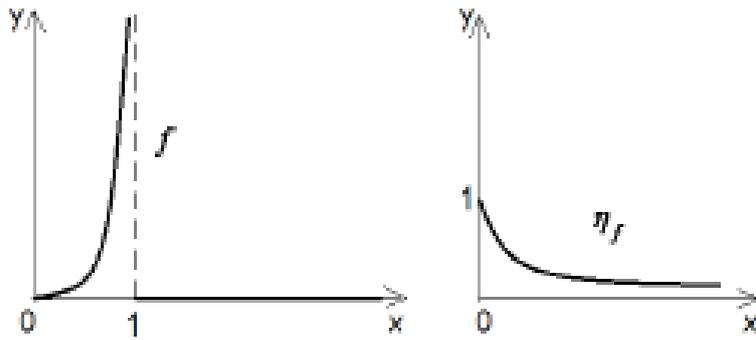
Yana shuni ta'kidlash kerakki, agar  $mA = \infty$  bo'lsa, u holda  $\eta_f(x) = +\infty$ ,  $0 \leq x < 1$  bo'ladi.

2.  $f(x) = \frac{1}{x^2}$  bo'lsin. U holda  $\eta_f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$ .



2-rasm.

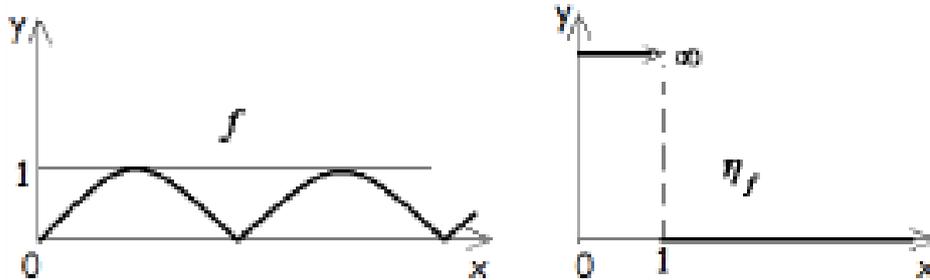
3.  $f(x) = \frac{x}{1-x} \cdot 1_{(0,1)}(x)$  bo'lsin. U holda  $\eta_f(x) = \frac{1}{x+1}$ .



3-rasm.

4.  $f(x) = |\sin x|$  bo'lsin. U holda

$$\eta_f(x) = \begin{cases} \infty, & \text{agar } 0 \leq x < 1 \text{ бўлса,} \\ 0, & \text{agar } 1 \leq x \text{ бўлса.} \end{cases}$$



4-rasm.

2-ta'rif. Ikkita nomanfiy  $f$  va  $g$  funksiyalar uchun, ixtiyoriy  $y \in [0, \infty)$  larda

$\eta_f = \eta_g$  munosabat, ya'ni

$$m\{f > y\} = m\{g > y\}$$

tenglik o'rinli bo'lsa,  $f$  va  $g$  funksiyalar teng o'lchovli deb ataladi.

2-misol.

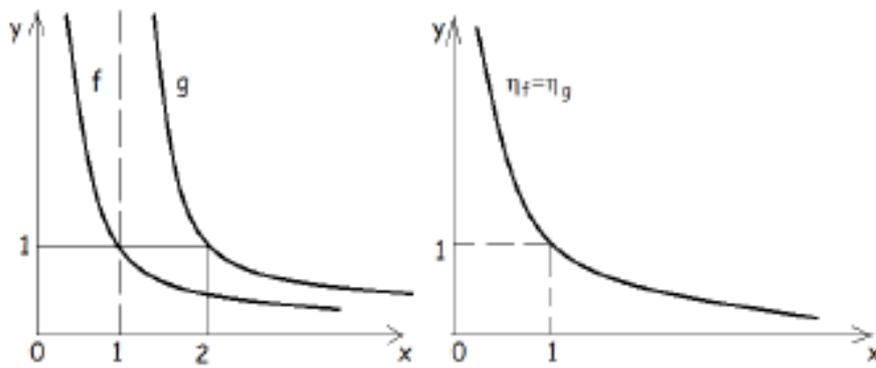
1.  $A, B \in F_m$  bo'lsin. Ikkita xarakteristik funksiyalar  $1_A$  va  $1_B$   $mA = mB$

bo'lganda, faqat shu holda teng o'lchovli funksiyalar bo'ladi.

2. Ushbu

$$f(x) = \frac{1}{x^2} \text{ va } g(x) = \frac{1}{(x-1)^2} \cdot 1_{[1, +\infty)}(x)$$

funksiyalar teng o'lchovli funksiyalardir, chunki,  $\eta_f(x) = \eta_g(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$ .



5-rasm.

### FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR RO'YXATI:

1. Колмогоров А.Н., Фомин С.В. «Элементы теории функций и функционального анализа», 7-е изд., Москва, «ФИЗМАТЛИТ», 2004
2. Рубштейн Б.А., Грабарник Г.Я., Муратов М. А., Пашкова Ю.С. Введение в теорию симметричных пространств измеримых функций. Симферополь, 2013.
3. К.Жамуратов, Д.Абдухалимов, «ПРОЕКТИВ ТЕКИСЛИК ВА ПРОЕКТИВ ТЕКИСЛИКНИНГ БИР ЖИНСЛИ КООРДИНАТАЛАРИ» Международный научно-образовательный электронный журнал «ОБРАЗОВАНИЕ И НАУКА В XXI ВЕКЕ». Выпуск №68-3 (том 2) (ноябрь, 2025), 334-344.
4. Жамуратов К., Умаров Х. Р., Холбоев С. Решение одной задачи теории фильтрации методом квазистационарного приближения. ГулДУ ахборотномаси, №2, 2016 йил, 9-13 бетлар.
5. Жамуратов, К., Умаров, Х. Р., & Турдимуродов, Э. М. (2024). О решении методом регуляризации одной системы функциональных уравнений с дифференциальным оператором (Doctoral dissertation, Белорусско-Российский университет)
6. Umarov, K. R. (2025). Methods For Construction Of The Zhegalkin Polynomial. TLEP–International Journal of Multidiscipline, 2(5), 76-79.
7. Umarov, X., & Goyibnazarov, K. (2025, October). Some Principles Of Creative Training And Education Of Modern Youth. In International Conference on Global Trends and Innovations in Multidisciplinary Research (Vol. 1, No. 4, pp. 91-93).
8. Goyibnazarov, K., & Umarov, X. (2025, October). Biological Applications Of The Definite Integral. In International Conference on Global Trends and Innovations in Multidisciplinary Research (Vol. 1, No. 4, pp. 84-87).
9. Narjigitov, X., Umarov, X. R., & Kuchkarova, S. I. (2026). CHIZIQLI INTEGRAL TENGLAMALARNI YECHISH USULLARI TARIXI HAQIDA. SHOKH LIBRARY, 1(1).
10. Umarov X.R., Abduraximova D.D. “МАТЕМАТИКАДАН ОЛИМПИАДА MASALALARINI YECHISHDA МАТЕМАТИК АНАЛИЗ МЕТОДЛАРИДАН FOYDALANISH” / Международный научно-практический электронный журнал «МОЯ

ПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ КАРЬЕРА». Выпуск №68 (том 2) (январь, 2025). Дата выхода в свет: 31.01.2025. с. 68-74.

11. Umarov X.R., Asqarbekova D.J. // “НАТУРАЛ СОНЛАР ҚАТОРИ ДАРАЖАЛАРИ ЙИҒИНДИСИНИ ТОПИШНИНГ БИР УСУЛИ” Международный научно-практический электронный журнал «МОЯ ПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ КАРЬЕРА». Выпуск №68 (том 2) (январь, 2025). Дата выхода в свет: 31.01.2025. с. 74-84.

12. Umarov X.R., Erkinov Sh.B. // “YIG’INDI VA KO’RAYTMALARNI HISOBLASHDA KOMPLEKS ANALIZ METODLARIDAN FOYDALANISH” Международный научно-практический электронный журнал «МОЯ ПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ КАРЬЕРА». Выпуск №68 (том 2) (январь, 2025). с. 84-103.

13. Наржигитов Х., Умаров Х. «БИОЛОГИЧЕСКИЕ ПРИЛОЖЕНИЯ ОПРЕДЕЛЕННОГО ИНТЕГРАЛ» “Raqamli texnologiyalar va sun’iy intellektni rivojlantirishning zamonaviy holati va istiqbollari” mavzusida ilmiy-amaliy anjumani materiallari to’plami – Guliston, 2022 y.

14. Умаров Х.Р., Эгамбердиева С.Н. АЙРИМ ХОСМАС ИНТЕГРАЛЛАРНИ ҲИСОБЛАШДА ЧЕГИРМАЛАР НАЗАРИЯСИДАН ФОЙДАЛАНИШ. Международный научно-практический электронный журнал «МОЯ ПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ КАРЬЕРА». Выпуск №78 (том 1) (ноябрь, 2025). стр, 161-177.

15. Umarov X.R., Abdurasulov O.U. O’LCHOVLI FUNKSIYALAR FAZOSI UCHUN DUALLIK PRINSIPI Международный научно-практический электронный журнал «МОЯ ПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ КАРЬЕРА». Выпуск №78 (том 1) (ноябрь, 2025). стр. 178-188.

16. Х.Умаров, З.Олимов. КЕТМА-КЕТЛИКЛАР Ёр ФАЗОСИДАГИ ФУНКЦИОНАЛЛАРНИНГ УМУМИЙ КЎРИНИШИ. Международный научно-практический электронный журнал «МОЯ ПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ КАРЬЕРА». Выпуск №78 (том 1) (ноябрь, 2025) Стр. 189-193.

17. Умаров Х.Р., Райимқулова К.Б. Турли  $N$ -функциялар аниқлаган Орлич фазоларини таққослаш. Международный научно-образовательный электронный журнал «ОБРАЗОВАНИЕ И НАУКА В XXI ВЕКЕ». Выпуск №68-3 (том 2) (ноябрь, 2025). стр. 482-487.

18. Умаров Х.Р., Маматкаримова М.И. КОШИ ТЕНГСИЗЛИГИ ВА УНИНГ ТАТБИҚЛАРИ. Международный научно-образовательный электронный журнал «ОБРАЗОВАНИЕ И НАУКА В XXI ВЕКЕ». Выпуск №68-3 (том 2) (ноябрь, 2025). с. 477-481.

19. X.Narjigitov, X.R.Umarov, S.I.Kuchkarova, & Worldly Knowledge Publishing Centre. (2026). CHIZIQLI INTEGRAL TENGLAMALARNI YECHISH USULLARI TARIXI HAQIDA. В ILMIY TADQIQOTLAR VA ULARNING YECHIMLARI (Т.9, Выпуск 01, сс. 219–223). Zenodo. <https://doi.org/10.5281/zenodo.18227815>