

PROYEKTIV TEKISLIKNING ARIFMETIK MODEL VA IKKILIK PRINSIPI

Umarov X.R

GulDU “Matematika” kafedrası katta o‘qituvchisi,

Abduxalimov D

Matematika (yo‘nalishlar bo‘yicha) mutaxassisligi 1-bosqich magistranti

1. Proyektiv tekislikning arifmetik modeli.

Ikki turdagi elementlari mos ravishda arifmetik nuqtalar va arifmetik to‘g‘ri chiziqlar deb ataluvchi P to‘plamni arifmetik proyektiv tekislik deb ataladi. Elementlarining ikkisi ham haqiqiy sonlarning o‘zaro proporsional nolmas uchliklar sinifidan iborat. Masalan, nuqtalar $(x_1 : x_2 : x_3)$ orqali, to‘g‘ri chiziqlar esa – $\{a_1 : a_2 : a_3\}$ orqali belgilanadi. Shu bilan birga nuqtalar va to‘g‘ri chiziqlar orasidagi intsidentlik munosabati o‘rnatilgan:

Agar $a_1x_1 + a_2x_2 + a_3x_3 = 0$ (1) shart bajarilsa, u holda (x_1, x_2, x_3) nuqta va $\{a_1, a_2, a_3\}$ to‘g‘ri chiziq o‘zaro intsident deb ataladi.

Eslatma. Nuqta va to‘g‘ri chiziqning to‘liq teng huquqli shunday simmetrik ta‘rifi to‘g‘ri chiziqni nuqtalar to‘plami deb atagan proyektiv tekislikning ta‘rifi bilan unchalik kelishmaydi. Ammo, bu kelishmovchilik, agarda biz $\{a_1 : a_2 : a_3\}$ arifmetik to‘g‘ri chiziq (1) qanoatlantiruvchi barcha arifmetik (x_1, x_2, x_3) nuqtalar to‘plami bilan aynan bir narsa deb qaralsa osongina yo‘q bo‘lardi. Endi arifmetik proyektiv tekislikning $(x_1 : x_2 : x_3)$ nuqtalariga va $\{a_1 : a_2 : a_3\}$ to‘g‘ri chiziqlarga birorta tayinlangan reperda mos ravishda $(x_1 : x_2 : x_3)$ va $\{a_1 : a_2 : a_3\}$ bir jinsli koordinatalarga ega bo‘lgan O bog‘lamning to‘g‘ri chiziqlari va tekisliklarini (yoki π to‘ldirilgan tekislikning nuqtalarini va to‘g‘ri chiziqlarini) mos qo‘yib ayonki arifmetik proyektiv tekislik bilan oldingi proyektiv tekislik modellari orasida izomorfizmi hosil qiladi. Shunday qilib, arifmetik proyektiv tekislik, proyektiv tekisliklarning yana bitta (arifmetik) modeli bo‘ladi.

2. Ikkilik printsipi. Proyektiv tekislikda nuqta va to‘g‘ri chiziqqa tegishli bo‘lgan birorta tasdiq va ular orasida intsidentlik munosabati o‘rinli bo‘lsin. Unda berilgan tasdiqdan “to‘g‘ri chiziq” so‘zini “nuqta”ga va aksincha, “nuqta” so‘zini “to‘g‘ri chiziq”ga almashtirishdan hosil bo‘lgan ikkilik tasdiq ham to‘g‘ri bo‘ladi. Haqiqatdan ham, intsidentlikni ifodalovchi

$$a_1x_1 + a_2x_2 + a_3x_3 = 0 \quad (1)$$

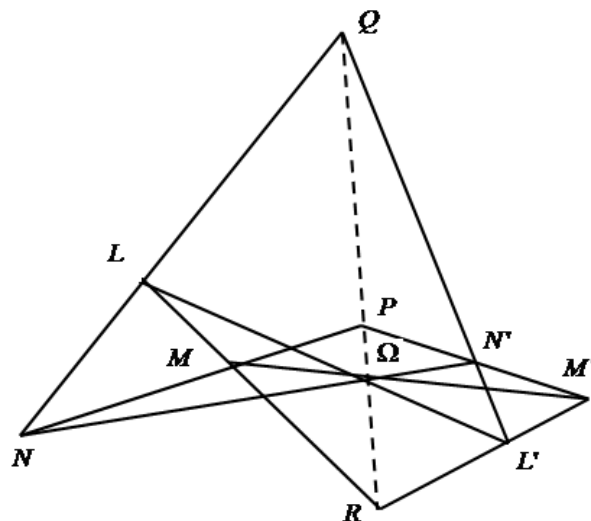
sonli tenglik ikkita $x_1 : x_2 : x_3$ va $a_1 : a_2 : a_3$ uchliklardan qaysi birini doiraviy qavs bilan qaysini esa figurali qavs bilan o‘rashga, ya‘ni biz $x_1 : x_2 : x_3$ va $a_1 : a_2 : a_3$ uchliklarni mos ravishda nuqta va to‘g‘ri chiziqning bir jinsli koordinatalar uchligi yoki aksincha, to‘g‘ri chiziq va nuqtaning bir jinsli koordinatalar uchligi deb, hisoblashga bog‘liq emas.

Ikkilik printsipli proyektiv tekislikda nuqtalar va to'g'ri chiziqlarning teng huquqliligini tasdiqlaydi. Avval biz nuqtani boshlang'ich tushuncha deb shunday huquqqa nuqta deb hisoblar edik, to'g'ri chiziqni esa (1) tenglamani qanoatlantiruvchi nuqtalar to'plami deb aniqlagan edik, boshlang'ich tushuncha deb to'g'ri chiziqni hisoblashimiz mumkin. Bunda to'g'risini aytganda, o'zgaruvchilar endi $a_1:a_2:a_3$ lar bo'ladi.

3. Dezarg teoremasi. A va B nuqtalarga intsidient bo'lgan to'g'ri chiziqni AB orqali, a va b to'g'ri chiziq'larga intsidient bo'lgan nuqtalarni $(a \cdot b)$ orqali belgilaymiz.

Bitta to'g'ri chiziqqa intsidient bo'lmagan uchta nuqtalar majmuini uchburchak deb ataymiz. Bu nuqtalarni esa uchburchak uchlari deb ataladi. Uchburchakning uchlari juftligiga intsidient bo'lmagan to'g'ri chiziqlarni uchburchak tomonlari deb ataymiz.

Teorema. Proyektiv tekislikda mos uchlari va mos tomonlari ustma-ust tushmaydigan ikkita LMN va $L'M'N'$ uchburchaklar berilgan bo'lsin. LL' , MM' , NN' uchta to'g'ri chiziq bitta nuqtada intsidient bo'ladi, shu holda va faqat shu holda qachonki uchta $(MN, M'N')$, $(NL, N'L')$, $(LM, L'M')$ nuqtalar orqali bitta to'g'ri chiziqda intsidient bo'lsa.



1-rasm.

Isbot. $MN = l$, $NL = m$, $LM = n$, $M'N' = l'$, $N'L' = m'$, $L'M' = n'$ deb to'g'ri chiziqlar uchun belgilashlar kiritamiz. Bu teoremaning to'g'ri va teskari tasdiqlari bir-biriga ikkilamchi ekanligini osongina ko'rish mumkun. Shuning uchun ikkilik printsiipiga ko'ra, bu teoremaning zaruriy shartini tekshirish kifoya.

Faraz qilaylik, proyektiv tekislikda bir jinsli koordinatalar kiritilgan bo'lsin L, M, N, L', M', N' nuqtalarning birorta bir jinsli koordinatalari mos ravishda $\vec{l}, \vec{m}, \vec{n}, \vec{l'}, \vec{m'}, \vec{n'}$ orqali belgilaymiz. Shartga ko'ra, uchta LL', MM', NN' to'g'ri chiziqlar bitta Ω nuqtaga intsidientdir. $\vec{\omega}$ - bu nuqtaning birorta bir jinsli koordinatalar uchligi bo'lsin. Uchta L, L', Ω nuqtalar kollienar bo'lganidan uchta $\vec{l}, \vec{l'}, \vec{\omega}$ uchlik chiziqli bog'langan (agar proyektiv tekislik sifatida, masalan, bog'lam olinsa bu osongina hosil qilinadi).

Fazodagi bir tekislikda yotuvchi uchta vektor chiziqli bog'langan ammo, $\vec{l}$ va $\vec{l}'$ uchliklar esa har xil L va L' nuqtalarning koordinatalar uchliklari bo'lgani uchun proporsional emas. Shuning uchun $\vec{\omega}$ uchlik $\vec{l}$ va $\vec{l}'$ uchliklarnining chiziqli kombinatsiyasi bo'ladi. Huddi shunday, mulohazalar bilan $\vec{\omega}$ uchun $\vec{m}$ va $\vec{m}'$ uchliklarning, shuningdek $\vec{n}$ va $\vec{n}'$ uchliklarnining chiziqli kombinatsiyasi bo'ladi. Demak, shunday (λ, λ') , (μ, μ') , (ν, ν') sonlar juftliklari mavjudki,

$$\vec{\omega} = \lambda \vec{l} + \lambda' \vec{l}' = \mu \vec{m} + \mu' \vec{m}' = \nu \vec{n} + \nu' \vec{n}'$$

tenglik o'rinli bo'ladi, bu yerdan ushbuni hosil qilamiz:

$$\mu \vec{m} - \nu \vec{n} = \nu' \vec{n}' - \mu' \vec{m}' \quad (2)$$

$$\nu \vec{n} - \lambda \vec{l} = \lambda' \vec{l}' - \nu' \vec{n}' \quad (3)$$

$$\lambda \vec{l} - \mu \vec{m} = \mu' \vec{m}' - \lambda' \vec{l}' \quad (4)$$

L, M, N, L', M', N' nuqtalar juft–jufti bilan turli bo'lgani uchun $\vec{l}, \vec{m}, \vec{n}, \vec{l}', \vec{m}', \vec{n}'$ uchliklar ham juft–jufti bilan proporsional bo'lmaydi. Demak, (2)–(4) tenglamalar nolmas uchliklar bo'lib, ularni mos ravishda $\vec{p}, \vec{q}, \vec{r}$ orqali belgilaymiz. Bir jinsli koordinatalar uchliklari mos ravishda $\vec{p}, \vec{q}, \vec{r}$ uchliklar xizmat qiladigan nuqtalarni mos ravishda P, Q, R orqali belgilaymiz. (2) tenglik $P = (MN \cdot M'N')$ ni MN va $M'N'$ to'g'ri chiziqlarga intsident bo'lgan nuqtalarni anglatadi. Huddi shuningdek, (3) va (4) tenglik mos ravishda $Q = (NL \cdot N'L')$, $R = (LM \cdot L'M')$ nuqtalarni anglatadi. Ikkinchi tomondan, (2)–(4) tenglamalarni qo'shib ushbuni hosil qilamiz

$$\vec{p} + \vec{q} + \vec{r} = (0; 0; 0)$$

Demak, P, Q, R nuqtalar bitta to'g'ri chiziqqa intsident. Dezarg teoremasi isbotlandi.

ADABIYOTLAR:

20. M.Dosanov, D.X.Turdiboyev, X.R.Umarov, “Chiziqli algebra va analitik geometriya elementlari”, o'quv qo'llanma, Guliston 2021 y. (O'zbekiston Respublikasi Oliy va O'rta maxsus ta'lim vazirligining 2021 yil 1 martdagi № 110 sonli buyrug'iga asosan chop qilishga ruxsat berilgan. Guvohnoma raqami № 110-001.)

21. Федорчук В.В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры. М.: Изд-во МГУ, 1990, – 328 с.

22. К.Жамуратов, Д.Абдухалимов, «ПРОЕКТИВ ТЕКИСЛИК ВА ПРОЕКТИВ ТЕКИСЛИКНИНГ БИР ЖИНСЛИ КООРДИНАТАЛАРИ» Международный научно-образовательный электронный журнал «ОБРАЗОВАНИЕ И НАУКА В XXI ВЕКЕ». Выпуск №68-3 (том 2) (ноябрь, 2025), 334-344.

23. Жамуратов К., Умаров Х. Р., Холбоев С. Решение одной задачи теории фильтрации методом квазистационарного приближения. ГулДУ ахборотномаси, №2, 2016 йил, 9-13 бетлар.
24. Жамуратов, К., Умаров, Х. Р., & Турдимуродов, Э. М. (2024). О решении методом регуляризации одной системы функциональных уравнений с дифференциальным оператором (Doctoral dissertation, Белорусско-Российский университет)
25. Umarov, K. R. (2025). Methods For Construction Of The Zhegalkin Polynomial. TLEP–International Journal of Multidiscipline, 2(5), 76-79.
26. Umarov, X., & Goyibnazarov, K. (2025, October). Some Principles Of Creative Training And Education Of Modern Youth. In International Conference on Global Trends and Innovations in Multidisciplinary Research (Vol. 1, No. 4, pp. 91-93).
27. Goyibnazarov, K., & Umarov, X. (2025, October). Biological Applications Of The Definite Integral. In International Conference on Global Trends and Innovations in Multidisciplinary Research (Vol. 1, No. 4, pp. 84-87).
28. Narjigitov, X., Umarov, X. R., & Kuchkarova, S. I. (2026). CHIZIQLI INTEGRAL TENGLAMALARNI YECHISH USULLARI TARIXI HAQIDA. SHOKH LIBRARY, 1(1).
29. Umarov X.R., Abduraximova D.D. “МАТЕМАТИКАДАН ОЛИМПИАДА MASALALARINI YECHISHDA МАТЕМАТИК АНАЛИЗ МЕТОДЛАРИДАН FOYDALANISH” / Международный научно-практический электронный журнал «МОЯ ПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ КАРЬЕРА». Выпуск №68 (том 2) (январь, 2025). Дата выхода в свет: 31.01.2025. с. 68-74.
30. Umarov X.R., Asqarbekova D.J. // “НАТУРАЛ СОНЛАР ҚАТОРИ ДАРАЖАЛАРИ ЙИҒИНДИСИНИ ТОПИШНИНГ БИР УСУЛИ” Международный научно-практический электронный журнал «МОЯ ПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ КАРЬЕРА». Выпуск №68 (том 2) (январь, 2025). Дата выхода в свет: 31.01.2025. с. 74-84.
31. Umarov X.R., Erkinov Sh.B. // “YIG’INDI VA KO’PAYTMALARNI HISOBBLASHDA KOMPLEKS ANALIZ METODLARIDAN FOYDALANISH” Международный научно-практический электронный журнал «МОЯ ПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ КАРЬЕРА». Выпуск №68 (том 2) (январь, 2025). с. 84-103.
32. Наржигитов Х., Умаров Х. «БИОЛОГИЧЕСКИЕ ПРИЛОЖЕНИЯ ОПРЕДЕЛЕННОГО ИНТЕГРАЛ» “Raqamli texnologiyalar va sun’iy intellektni rivojlantirishning zamonaviy holati va istiqbollari” mavzusida ilmiy-amaliy anjumani materiallari to’plami – Guliston, 2022 y.
33. Умаров Х.Р., Эгамбердиева С.Н. АЙРИМ ХОСМАС ИНТЕГРАЛЛАРНИ ҲИСОБЛАШДА ЧЕГИРМАЛАР НАЗАРИЯСИДАН ФОЙДАЛАНИШ. Международный научно-практический электронный журнал «МОЯ ПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ КАРЬЕРА». Выпуск №78 (том 1) (ноябрь, 2025). стр, 161-177.
34. Umarov X.R., Abdurasulov O.U. O’LCHOVLI FUNKSIYALAR FAZOSI UCHUN DUALLIK PRINSIPI Международный научно-практический электронный журнал

«МОЯ ПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ КАРЬЕРА». Выпуск №78 (том 1) (ноябрь, 2025). стр. 178-188.

35. Х.Умаров, З.Олимов. КЕТМА-КЕТЛИКЛАР ЎР ФАЗОСИДАГИ ФУНКЦИОНАЛЛАРНИНГ УМУМИЙ ҚЎРИНИШИ. Международный научно-практический электронный журнал «МОЯ ПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ КАРЬЕРА». Выпуск №78 (том 1) (ноябрь, 2025) Стр. 189-193.

36. Умаров Х.Р., Райимқулова К.Б. Турли *N* -функциялар аниқлаган Орлич фазоларини таққослаш. Международный научно-образовательный электронный журнал «ОБРАЗОВАНИЕ И НАУКА В XXI ВЕКЕ». Выпуск №68-3 (том 2) (ноябрь, 2025). стр. 482-487.

37. Умаров Х.Р., Маматкаримова М.И. КОШИ ТЕНГСИЗЛИГИ ВА УНИНГ ТАТБИҚЛАРИ. Международный научно-образовательный электронный журнал «ОБРАЗОВАНИЕ И НАУКА В XXI ВЕКЕ». Выпуск №68-3 (том 2) (ноябрь, 2025). с. 477-481.

38. X.Narjigitov, X.R.Umarov, S.I.Kuchkarova, & Worldly Knowledge Publishing Centre. (2026). CHIZIQLI INTEGRAL TENGLAMALARNI YECHISH USULLARI TARIXI HAQIDA. В ILMIY TADQIQOTLAR VA ULARNING YECHIMLARI (Т.9, Выпуск 01, сс. 219–223). Zenodo. <https://doi.org/10.5281/zenodo.18227815>