SIMMETRIK FAZOLAR UCHUN TAQSIMOT FUNKSIYANING XOSSALARI

Jamuratov K
GulDU "Matematika" kafedrasi dotsenti, f-m.f.n.,
Umarov X.R
GulDU "Matematika" kafedrasi katta o'qituvchisi,
Rahimjonov S
Matematika (yo'nalishlar bo'yicha) mutaxassisligi 1-bosqich magistranti

Annotatsiya: *Simmetrik fazolarni ta'rifini kiritish uchun bizga taqsimot funksiya va teng o'lchovlilik tushunchalari zarur bo'ladi. Ushbu ishda taqsimot funksiya va teng o'lchovlilik tushunchalari ta'riflanadi. Taqsimot funksiyaning xossalarini sanab o'tiadi.*

Kalit so'zlar: *Taqsimot funksiya, teng o'lchovli, σ–algebra, o'ngdan uzluksiz funksiya, Lebeg ma'nosidagi o'lchov.*

Faraz qilaylik, $R^+ = [0,\infty)$ va m - o'lchov Lebegning R^+ yarim to'g'ri chiziqdagi odatiy o'lchovi bo'lsin. Bu shuni anglatadiki, m - o'lchovning $\mathrm{B} = \mathrm{B}(R^+)$ σ–algebradagi qisqartma (sujeniya) si $m|_{\mathrm{B}}$ – R^+ dagi yagona borel o'lchovi bo'lib,

$m([0,x]) = x$, $x \in R^+$.

m - o'lchovning o'zi esa, bu $m|_{\mathrm{B}}$ o'lchovning R^+ ning Lebeg ma'nosida o'lchovli bo'lgan qism to'plamlaridan iborat σ–algebra $F = F(R^+)$ gacha davomi bo'lib hisoblanadi.

Har bir nomanfiy o'lchovli funksiya $f : R^+ \to R^+$ ga

$\eta_f(y) := m\{f > y\}, y \in R^+$, (1)

ni mos qo'yamiz, bunda

$\{f > y\} := \{x \in R^+ : f(x). > y\}$, $y \in R^+$

– f funksiyaning yuqori lebeg to'plami.

1-ta'rif. (1) tenglik yordamida aniqlangan $\eta_f(y) : [0,+\infty) \to [0,+\infty]$ funksiya f funksiya uchun (yuqori) taqsimot funksiya deb ataladi.

Taqsimot funksiyaning xossalarini sanab o'tamiz.

1-tasdiq. Yuqori taqsimot funksiya η_f – kamayuvchi funksiya.

Isbot. Teoremaning isboti

$y_1 < y_2 \Rightarrow \{f > y_1\} \supseteq \{f > y_2\} \Rightarrow \eta_f(y_1) \geq \eta_f(y_2)$

munosabatdan kelib chiqadi.

2-tasdiq. Yuqori taqsimot funksiya η_f – o'ngdan uzluksiz funksiya.

Isbot. Teoremaning isboti

$$y_1 \downarrow y_2 \Rightarrow \{f > y_1\} \uparrow \{f > y_2\} \Rightarrow \eta_f(y_1) \uparrow \eta_f(y_2)$$

munosabatdan kelib chiqadi.

Shuni ta'kidlab o'tamizki, o'ngdan uzluksizlik (1) dagi qat'iy tengsizlik " $>$ " ni tanlash orqali aniqlanadi. Ushbu $y \to \eta_f(y)$ funksiyadan farqli ravishda, $\eta \to m\{f \geq y\}, y \in R^+$ funksiya chapdan uzluksizdir.

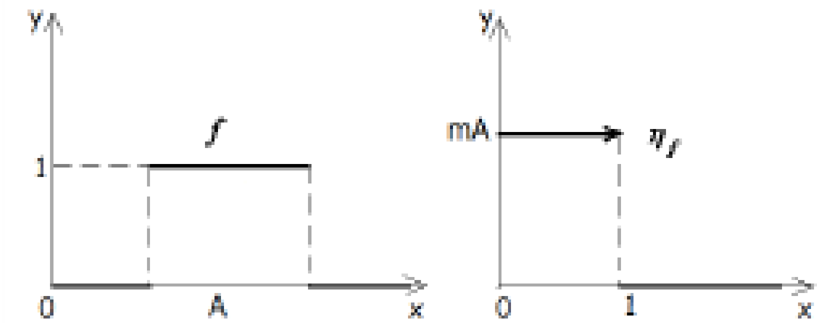
1-misol.

1. Aytaylik, $f = 1_A$ funksiya $A \in F_m$ to'plamning indikator (xarakteristik) funksiyasi bo'lsin:

$$1_A(x) = \begin{cases} 1, \text{агар } x \in A \text{ бўлса}, \\ 0, \text{агар } x \notin A \text{ бўлса}. \end{cases}$$

U holda $\eta_f = mA \cdot 1_{[0,1)}$, ya'ni

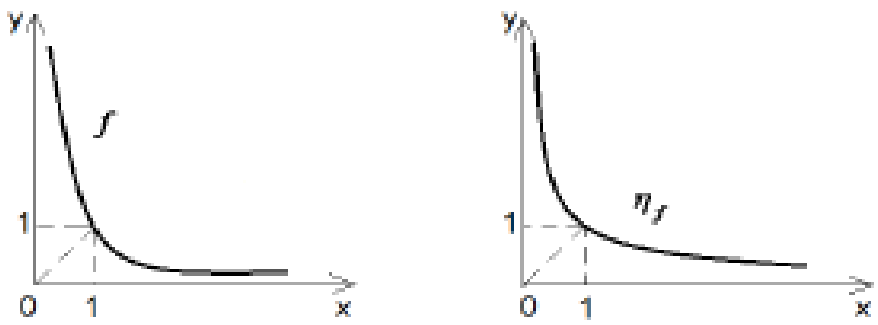
$$\eta_f(x) = \begin{cases} mA, \text{агар } 0 \leq x < 1 \text{ бўлса}, \\ 0, \quad \text{агар } x \geq 1 \text{ бўлса}. \end{cases}$$



1-rasm.

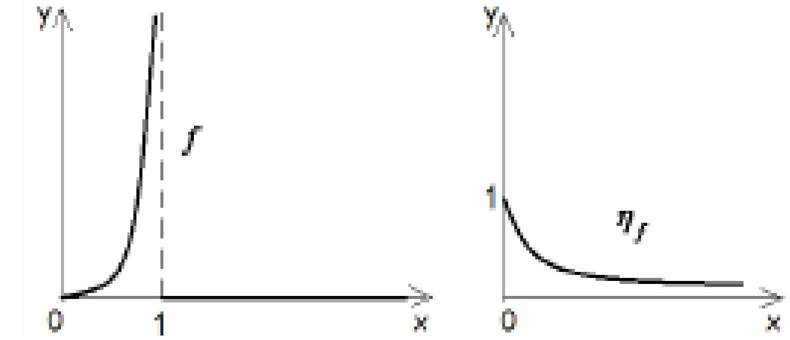
Yana shuni ta'kidlash kerakki, agar $mA = \infty$ bo'lsa, u holda $\eta_f(x) = +\infty$, $0 \leq x < 1$ bo'ladi.

2. $f(x) = \dfrac{1}{x^2}$ bo'lsin. U holda $\eta_f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{x}}$.



2-rasm.

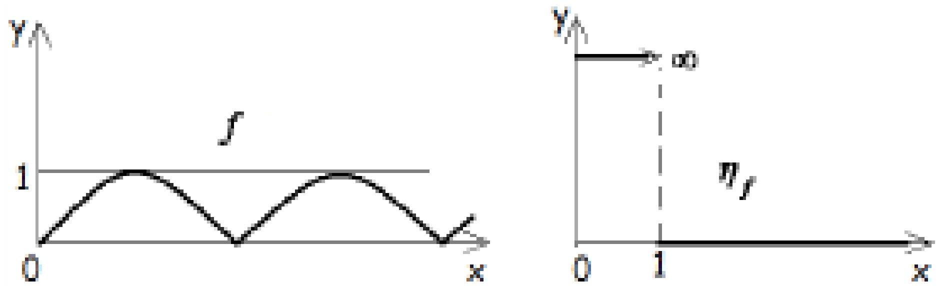
3. $f(x) = \dfrac{x}{1-x} \cdot 1_{(0,1)}(x)$ bo'lsin. U holda $\eta_f(x) = \dfrac{1}{x+1}$.



3-rasm.

4. $f(x)=|sin\ x|$ bo‘lsin. U holda

$$\eta_f(x)=\begin{cases}\infty, \text{агар } 0\le x<1 \text{ бўлса},\\ 0, \quad \text{агар } 1\le x \text{ бўлса}.\end{cases}$$



4-rasm.

2–ta’rif. Ikkita nomanfiy f va g funksiyalar uchun, ixtiyoriy $y\in[0,\infty)$ larda $\eta_f=\eta_g$ munosabat, ya’ni

$$m\{f>y\}=m\{g>y\}$$

tenglik o‘rinli bo‘lsa, f va g funksiyalar teng o‘lchovli deb ataladi.

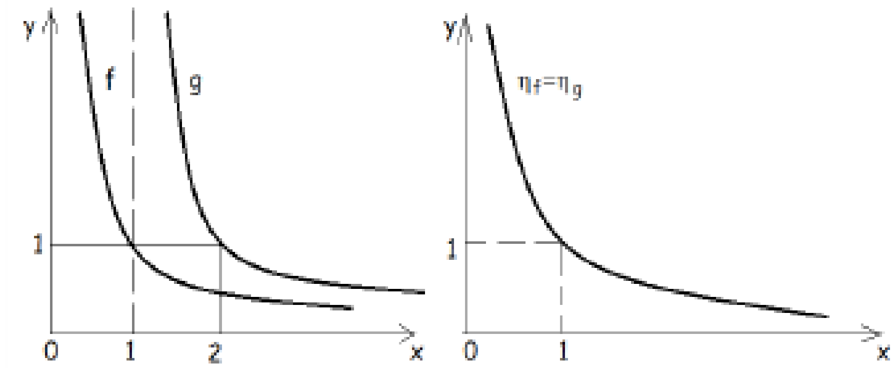
2-misol.

1. $A,B\in F_m$ bo‘lsin. Ikkita xarakteristik funksiyalar 1_A va 1_B $mA=mB$ bo‘lganda, faqat shu holda teng o‘lchovli funksiyalar bo‘ladi.

2. Ushbu

$$f(x)=\frac{1}{x^2} \text{ va } g(x)=\frac{1}{(x-1)^2}\cdot 1_{[1,+\infty)}(x)$$

funksiyalar teng o‘lchovli funksiyalardir, chunki, $\eta_f(x)=\eta_g(x)=\frac{1}{\sqrt{x}}$.



5-rasm.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR RO'YXATI:

1. Колмогоров А.Н., Фомин С.В. «Элементы теории функций и функционального анализа», 7-е изд., Москва, «ФИЗМАТЛИТ», 2004

2. Рубштейн Б.А., Грабарник Г.Я., Муратов М. А., Пашкова Ю.С. Введение в теорию симметричных пространств измеримых функций. Симферополь, 2013.

3. К.Жамуратов, Д.Абдухалимов, «ПРОЕКТИВ ТЕКИСЛИК ВА ПРОЕКТИВ ТЕКИСЛИКНИНГ БИР ЖИНСЛИ КООРДИНАТАЛАРИ» Международный научно-образовательный электронный журнал «ОБРАЗОВАНИЕ И НАУКА В XXI ВЕКЕ». Выпуск №68-3 (том 2) (ноябрь, 2025), 334-344.

4. Жамуратов К., Умаров Х. Р., Холбоев С. Решение одной задачи теории фильтрации методом квазистационарного приближения. ГулДУ ахборотномаси, №2, 2016 йил, 9-13 бетлар.

5. Жамуратов, К., Умаров, Х. Р., & Турдимуродов, Э. М. (2024). О решении методом регуляризации одной системы функциональных уравнений с дифференциальным оператором (Doctoral dissertation, Белорусско-Российский университет)

6. Umarov, K. R. (2025). Methods For Construction Of The Zhegalkin Polynomial. TLEP–International Journal of Multidiscipline, 2(5), 76-79.

7. Umarov, X., & Goyibnazarov, K. (2025, October). Some Principles Of Creative Training And Education Of Modern Youth. In International Conference on Global Trends and Innovations in Multidisciplinary Research (Vol. 1, No. 4, pp. 91-93).

8. Goyibnazarov, K., & Umarov, X. (2025, October). Biological Applications Of The Definite Integral. In International Conference on Global Trends and Innovations in Multidisciplinary Research (Vol. 1, No. 4, pp. 84-87).

9. Narjigitov, X., Umarov, X. R., & Kuchkarova, S. I. (2026). CHIZIQLI INTEGRAL TENGLAMALARNI YECHISH USULLARI TARIXI HAQIDA. SHOKH LIBRARY, 1(1).

10. Umarov X.R., Abduraximova D.D. "MATEMATIKADAN OLIMPIADA MASALALARINI YECHISHDA MATEMATIK ANALIZ METODLARIDAN FOYDALANISH" / Международный научно-практический электронный журнал «МОЯ

ПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ КАРЬЕРА». Выпуск №68 (том 2) (январь, 2025). Дата выхода в свет: 31.01.2025. с. 68-74.

11. Umarov X.R., Asqarbekova D.J. // “НАТУРАЛ СОНЛАР ҚАТОРИ ДАРАЖАЛАРИ ЙИҒИНДИСИНИ ТОПИШНИНГ БИР УСУЛИ” Международный научно-практический электронный журнал «МОЯ ПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ КАРЬЕРА». Выпуск №68 (том 2) (январь, 2025). Дата выхода в свет: 31.01.2025. с. 74-84.

12. Umarov X.R., Erkinov Sh.B. // “YIG‘INDI VA KO‘PAYTMALARNI HISOBLASHDA KOMPLEKS ANALIZ METODLARIDAN FOYDALANISH” Международный научно-практический электронный журнал «МОЯ ПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ КАРЬЕРА». Выпуск №68 (том 2) (январь, 2025). с. 84-103.

13. Наржигитов Х., Умаров Х. «БИОЛОГИЧЕСКИЕ ПРИЛОЖЕНИЯ ОПРЕДЕЛЕННОГО ИНТЕГРАЛ» “Raqamli texnologiyalar va sun’iy intellektni rivojlantirishning zamonaviy holati va istiqbollari” mavzusida ilmiy-amaliy anjumani materiallari to‘plami – Guliston, 2022 y.

14. Умаров Х.Р., Эгамбердиева С.Н. АЙРИМ ХОСМАС ИНТЕГРАЛЛАРНИ ҲИСОБЛАШДА ЧЕГИРМАЛАР НАЗАРИЯСИДАН ФОЙДАЛАНИШ. Международный научно-практический электронный журнал «МОЯ ПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ КАРЬЕРА». Выпуск №78 (том 1) (ноябрь, 2025). стр, 161-177.

15. Umarov X.R., Abdurasulov O.U. O‘LCHOVLI FUNKSIYALAR FAZOSI UCHUN DUALLIK PRINSIPI Международный научно-практический электронный журнал «МОЯ ПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ КАРЬЕРА». Выпуск №78 (том 1) (ноябрь, 2025). стр. 178-188.

16. Х.Умаров, З.Олимов. КЕТМА-КЕТЛИКЛАР l^p ФАЗОСИДАГИ ФУНКЦИОНАЛЛАРНИНГ УМУМИЙ КЎРИНИШИ. Международный научно-практический электронный журнал «МОЯ ПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ КАРЬЕРА». Выпуск №78 (том 1) (ноябрь, 2025) Стр. 189-193.

17. Умаров Х.Р., Райимқулова К.Б. Турли N -функциялар аниқлаган Орлич фазоларини таққослаш. Международный научно-образовательный электронный журнал «ОБРАЗОВАНИЕ И НАУКА В XXI ВЕКЕ». Выпуск №68-3 (том 2) (ноябрь, 2025). стр. 482-487.

18. Умаров Х.Р., Маматкаримова М.И. КОШИ ТЕНГСИЗЛИГИ ВА УНИНГ ТАТБИҚЛАРИ. Международный научно-образовательный электронный журнал «ОБРАЗОВАНИЕ И НАУКА В XXI ВЕКЕ». Выпуск №68-3 (том 2) (ноябрь, 2025). с. 477-481.

19. X.Narjigitov, X.R.Umarov, S.I.Kuchkarova, & Worldly Knowledge Publishing Centre. (2026). CHIZIQLI INTEGRAL TENGLAMALARNI YECHISH USULLARI TARIXI HAQIDA. В ILMIY TADQIQOTLAR VA ULARNING YECHIMLARI (Т.9, Выпуск 01, сс. 219–223). Zenodo. https://doi.org/10.5281/zenodo.18227815