

KOMBINATORIKA VA UNING PAYDO BO'LISH TARIXI

Po'latov Shodiyor Shokir o'g'li

Jizzax viloyati Jizzax shahar

30-umumiy o'rta ta'lim maktabi

97 664 08 02, 99 774 77 36

@ShShP08

Annotatsiya: Matematikaning kombinatorik tahlil, kombinatorik matematika, birlashmalar nazariyasi, qisqacha, kombinatorika deb ataluvchi bo'limida chekli yoki muayyan ma'noda cheklilik shartini qanoatlantiruvchi to'plamni (bu to'planning elementlari qanday bo'lishining ahamiyati yo'q: harflar, sonlar, hodisalar, qandaydir predmetlar va boshqalar) qismlarga ajratish, ularni o'rinish va o'zaro joylash ya'ni, kombinatsiyalar, kombinatorik tuzilmalar bilan bog'liq masalalar o'rganiladi.

Kalit so'zlar: kombinatorika predmeti, kombinatorika tarixi, figurali sonlar, kombinatorika elementlari, kombinatorik masalalar, qo'shish va ko'paytirish qoidalar, chekli to'plam.

Hozirgi davrda kombinatorikaga oid ma'lumotlar inson faoliyatining turli sohalarida qo'llanilmoqda. Jumladan, matematika, kimyo, fizika, biologiya, lingvistika, axborot texnologiyalari va boshqa sohalar bilan ish ko'ruvchi mutaxassislar kombinatorikaning xilma-xil masalalariga duch keladilar. To'plamlar nazariyasi iboralari bilan aytganda, kombinatorikada kortejlar va to'plamlar, ularning birlashmalari va kesishmalari hamda kortejlar va qism to'plamlarni turli usullar bilan tartiblash masalalari qaraladi.

To'plam yoki kortej elementlarining berilgan xossaga ega konfiguratsiyasi bor yoki yo'qligini tekshirish, bor bo'lsa, ularni tuzish va sonini topish usullarini o'rganish hamda bu usullarni biror parametr bo'yicha takomillashtirish kombinatorikaning asosiy masalalari hisoblanadi. Kombinatorikaning ba'zi elementlari eramizdan oldingi II asrda hindistonliklarga ma'lum edi. Ular hozirgi vaqtda gruppashlar deb ataluvchi kombinatorik tushunchadan foydalanishgan.

Eramizning XII asrida Bxaskara Acharya o'zining ilmiy tadqiqotlarida gruppash va o'rin almashtirishlarni qo'llagan. Tarixiy ma'lumotlarga ko'ra, hindistonlik olimlar kombinatorika elementlaridan, jumladan, birlashmalardan foydalanib, she'riy asarlar tarkibiy tuzilishining mukammalligini tahlil qilishga uringanlar. Umuman olganda, kombinatorikaning dastlabki rivoji qimor o'yinlarini tahlil qilish bilan bog'liq. Ba'zi atoqli matematiklar, masalan, fransuz matematigi

B.Paskal (1623-1662), sveytasriyalik matematik Ya.Bernulli (1654- 1705), L.Eyler (1707-1783), rus matematigi P.L.Chebishev (1821-1894) turli o'yinlarda (tanga tashlash, soqqa tashlash, qarta o'yinlari va shu kabilarda) ilmiy jihatdan asoslangan qarorlar qabul qilishda kombinatorikani qo'llashgan. XVII asrda kombinatorika matematikaning alohida bir ilmiy yo'nalishi sifatida shakllana boshladi.

Blez Paskal o'zining "Arifmetik uchburchak haqida traktat" va "Sonli tartiblar haqida traktat" (1665 y.) nomli asarlarida hozirgi vaqtda binomial koeffitsientlar deb ataluvchi sonlar

haqidagi ma'lumotlarni keltirgan. Fransuz matematigi P.Ferma (1601-1665) esa figurali sonlar bilan birlashmalar nazariyasi orasida bog'lanish borligini bilgan. Figurali sonlar quyidagicha aniqlanadi. Birinchi tartibli figurali sonlar: 1, 2, 3, 4, 5, ... (ya'ni, natural sonlar); ikkinchi tartibli figurali sonlar: 1-si 1ga teng, 2-si dastlabki ikkita natural sonlar yig'indisi (3), 3-si dastlabki uchta natural sonlar yig'indisi (6) va hokazo (1, 3, 6, 10, 15, ...); uchinchi tartibli figurali sonlar: 1-si 1ga teng, 2-si birinchi ikkita ikkinchi tartibli figurali sonlar yig'indisi (4), 3-si birinchi uchta ikkinchi tartibli figurali sonlarlar yig'indisi (10) va hokazo (1, 4, 10, 20, 35, ...); va hokazo.

1-misol. Tekislikda radiuslari o'zaro teng bo'lgan aylanalar bir- biriga uringan holda yuqoridan 1 - qatorda bitta, 2 - qatorda ikkita, 3 - qatorda uchta va hokazo, joylashtirilgan bo'lsin. Masalan, aylanalar bunday joylashuvining dastlabki to'rt qatori 1 - shaklda tasvirlangan. Bu yerda qatorlardagi aylanalar sonlari ketmaketligi birinchi tartibli figurali sonlarni tashkil qiladi. Bu tuzilmadan foydalanib, ikkinchi tartibli figurali sonlarni quyidagicha hosil qilish mumkin. Dastlab 1 - qatordagi aylanalar soni (1), keyin dastlabki ikkita qatordagi aylanalar soni (3), undan keyin dastlabki uchta qatordagi aylanalar soni (6), va hokazo.

Kombinatorika iborasi nemis matematigi G.Leybnis (1646- 1716) ning "Kombinatorik san,,at haqidagi mulohazalar" nomli asarida birinchi bor 1665- yilda keltirilgan. Bu asarda birlashmalar nazariyasi ilmiy jihatdan ilk bor asoslangan. O'rinlashtirishlarni o'rganish bilan birinchi bo'lib Yakob Bernulli shug'ullangan va bu haqdagi ma'lumotlarni 1713 - yilda bosilib chiqqan "Ars conjectandi" (Bashorat qilish san,,ati) nomli kitobining ikkinchi qismida bayon qilgan. Hozirgi vaqtda kombinatorikada qo'llanilayotgan belgilashlar XIX asrga kelib shakllandi.

Ta'rif. Biror chekli to'plam elementlari ichida ma'lum bir xossaga ega bo'lgan elementlaridan iborat qism to'plamlarni tanlab olish yoki to'plam elementlarini ma'lum bir tartibda joylashtirish bilan bog'liq masalalar kombinatorik masalalar deyiladi.

Masalan, o'nta ishchidan to'rt kishidan iborat brigadalarni necha xil usulda tuzish mumkinligini (ishlab chiqarishni tashkil etish), molekulada atomlar qanday usullarda birlashishi mumkinligi (kimyo), oqsil moddalarda aminokislotalarni qanday tartiblarda joylashtirish mumkinligi (biologiya), turli bloklardan iborat mexanizmida bu bloklarni turli tartiblarda birlashtirish (konstruktorlik), bir necha dala uchastkalarida turli xil ekinlarni almashtirib ekish (agronomiya), davlat budjetini ishlab chiqarish tarmoqlari bo'yicha taqsimoti (iqtisodiyot) kabilar kombinatorik masalalarga keladi va kombinatorikani inson faoliyatining turli yo'nalishlarida qo'llanishini ko'rsatadi.

Ta'rif. Kombinatorik masalalar bilan shug'ullanadigan matematik fan kombinatorika deyiladi. Kombinatorikani mustaqil fan sifatida birinchi bo'lib olmon matematigi G. Leybnits o'rgangan va 1666 yilda "Kombinatorika san'ati haqida" asarini chop etgan. Kombinatorikaning asosiy masalasi - berilgan ob'ektlardan u yoki bu shartlarga bo'ysunuvchi bir nechta turli kombinatsiyalari tuzish mumkin. To'plamlardan farqli elementlar kombinatsiyalari bir xil (takroriy) elementlarni o'z ichiga olishi mumkin.

Misol. p ta turli raqamdan nechta turli p xonali son tuzish mumkin? Yechish. Bitta raqam (1) dan faqat bitta bir xonali son olish mumkin: 1. Ikkita raqamdan (1 va 2) 2 ta ikki xonali son olish mumkin: 12 va 21. Buni quyidagicha hosil qilish mumkin: oldingi holdagi 1 soni o'ng va chap tarafga 2 raqamini yozish bilan hosil qilish mumkin, ya'ni oldingi holni 2 ga

ko'paytirish lozim (1·2). 3 ta raqam (1,2 va 3) dan 6 ta uch xonali son olish mumkin: 312, 132, 123, 321, 231, 213. Buni quyidagicha hosil qilish mumkin: oldingi holdagi har bir ikki xonali son o'ng, chap tarafiga va o'rtasiga 3 raqamini yozish bilan hosil qilish mumkin, ya'ni oldingi holni 3 ko'paytirish lozim (1·2·3). Qiyin emaski, bunda quyidagi qonuniyatni sezish mumkin: har bir navbatdagi holda javob oldingisiga qaganda p marta ortiq bo'ladi. Ixtiyoriy p soni uchun formula olamiz: $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot (n-1) \cdot n$. Javob: $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot (n-1) \cdot n$ Kombinatorik masalalarni yechishda ko'pincha ikkita asosiy qoida qo'llaniladi. Qo'shish qoidasi: Agar biror a elementni t ta usul bilan, ikkinchi b elementni – p ta usul bilan tanlash mumkin bo'lsa, u holda a yoki b elementni (t+p) ta usul bilan tanlash mumkin.

Ko'paytirish qoidasi: Agar biror a elementni t ta usul bilan, ikkinchi b elementni – p ta usul bilan tanlash mumkin bo'lsa, u holda a va b elementni t p ta usul bilan tanlash mumkin. Qo'shish va ko'paytirish qoidalari ixtiyoriy sondagi chekli elementlar uchun o'rinli. Namunaviy masalalar

1. Guruhda 20 ta qiz va 5 ta o'g'il bola bor. Sardorni necha xil usul bilan tanlash mumkin? Yechish. Sardor sifatida 20 ta qizdan biri yoki 5 ta o'g'il boladan biri tanlanishi mumkin, demak, sardorni saylashning umumiy soni $20+5=25$.

2. Maktabda 76 o'qituvchi ishlaydi. Ulardan 49 tasi ingliz tilini, 32 tasi nemis tilini va 15 nafari ikkala tilni ham biladi. Necha o'qituvchi na ingliz tilini, na nemis tilini biladi? Yechish. Ingliz yoki nemis tilini $49+32-15=66$ nafar o'qituvchi biladi.

Demak, bu ikkala tildan birortasini ham $76-66=10$ o'qituvchi bilmaydi.

3. 1-navli 20 ta va 2-navli 30 ta buyum bor. Bir navdagi ikkita buyumni tanlash lozim. Buni necha xil usul bilan bajarish mumkin? Yechish. Ko'paytirish qodisiga ko'ra 1-navli 2 ta buyumni $20 \cdot 19=380$ usul bilan tanlash mumkin. Shunga o'xshash 2-navli 2 ta buyumni $30 \cdot 29=870$ usuli bilan tanlash mumkin. Masala shartigi ko'ra bir xil navli ikkita buyumni tanlash lozim bo'lgani uchun, qaysi navdan bo'lishi muhim emas, bir xil navli 2 ta buyumni tanlashning umumiy soni $380+870=1250$ ga teng bo'ladi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR:

1. Виленкин Н.Я. Популярная комбинаторика. М.: Наука, 1975. -208 с.
2. Риодан Ж. Введение в комбинаторный анализ.: перевод с английского М.: Иностранная литература, 1963. -287 с.
3. Холл М. Комбинаторика: перевод с английского. М.: Мир, 1970.- 424 с.
4. Ерош И.Л. Дискретная математика. Комбинаторика: Учебное пособие. СПб ГУАП.СПб., 2001.- 37 с.
5. Андерсон Д.А., Виллям М. Дискретная математика икомбинаторика. 2004. - 960 с.
6. To'rayev H.T., Azizov I. Matematik mantiq va diskret matematika. 1,2- jild. "Tafakkur-Bo'stoni", Toshkent, 2011.