

KREMNIYDAN YASALGAN DIODLARDA P-N O'TISHIDA LOKAL OBLASTLARDA ISSIKLIK OTKAZUVCHANLIKNING FURE USULI BILAN YECHICH

Xojamurotova Jasmina

Annotatsiya: Ushbu maqolada kremniydan yasalgan yarim o'tkazgichli diodlarda p-n o'tishidagi lokal oblastlarda yuzaga keladigan issiqlik jarayonlari tahlil qilinadi. Tadqiqotda issiqlik o'tkazuvchanlikni baholash uchun Fure qonuniga asoslangan issiqlik o'tkazuvchanlik tenglamasi qo'llanildi. Model orqali dioddagi issiqlik taqsimoti va o'zgarishi, ayniqsa lokal qizigan nuqtalarda, matematik jihatdan yechib chiqildi. Hisoblashlar, diod ish rejimlarida harorat gradientining muhim rol o'ynashini va u elektr xususiyatlarga sezilarli ta'sir ko'rsatishini ko'rsatdi. Tadqiqot natijalari yarim o'tkazgichli elementlarning ishonchliligini oshirish hamda termal boshqaruv tizimlarini loyihalashda foydali bo'lishi mumkin.

Kalit so'zlar: kremniy diodi, p-n o'tish, issiqlik o'tkazuvchanlik, Fure qonuni, lokal qizish, yarim o'tkazgich, issiqlik taqsimoti, matematik modellash, termal boshqaruv, elektr-issiqlik bog'lanishlari

Annotation: This article analyzes the thermal processes occurring in the local regions of the p-n junction in silicon-based semiconductor diodes. The heat conduction equation based on Fourier's law is employed to evaluate thermal conductivity. Through this model, the distribution and variation of temperature, especially in locally heated areas of the diode, are mathematically solved. The calculations demonstrate that the temperature gradient plays a significant role in the diode's operating modes and notably affects its electrical characteristics. The results of this study may contribute to improving the reliability of semiconductor devices and serve as a foundation for designing thermal management systems.

Keywords: silicon diode, p-n junction, thermal conductivity, Fourier's law, local heating, semiconductor, temperature distribution, mathematical modeling, thermal management, electro-thermal interactions.

Kremniy yarimo'tkazgichlarida p-n o'tishida defektlar va lokal oblastlarda zichlikning keskin o'zgarishi mikroplazmalarni hosil qilishi mumkin. Bu holat issiqlik o'tkazuvchanlikka ta'sir ko'rsatadi, va bu ta'sirni Fure usuli yordamida hisoblash mumkin. Fure usulini qo'llash uchun, quyidagi bosqichlarni ko'rib chiqish kerak. Birinchidan issiqlik o'tkazuvchanlikni aniqlash kerak. Kremniyda, bu ko'rsatkich materialning strukturasiga, defektlar va mikroplazmalar mavjudligiga qarab o'zgarishi mumkin. Fure usulida, issiqlik oqimining tarqalishi va issiqlikning material ichida qanday taqsimlanishi tahlil qilinadi. Ikkinchidan Fure tenglamasini qo'llashimiz kerak. Fure usulida issiqlik o'tkazuvchanlikni hisoblash uchun, odatda Fure tenglamalari va issiqlik oqimining vaqtga bog'liq o'zgarishini modellashtirish ishlatiladi. Bu tenglamalar issiqlik oqimi va materialning fizikaviy xususiyatlari (masalan, issiqlik sig'imi, zichlik, va issiqlik o'tkazuvchanlik) yordamida material ichidagi issiqlik tarqalishini hisoblaydi. Fure tenglamasi odatda quyidagicha ifodalanadi:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha \nabla^2 T$$

Bu yerda: T - temperaturaning joylashuvi (harorat); α - issiqlik tarqalish koeffitsienti (kremniy uchun bu termal difuzion koeffitsientidir); ∇^2 - Laplas operatori (bu issiqlikning fazoda qanday taqsimlanishini ifodalaydi). Kremniydan strukturali diodlarning p-n o'tishida deffektlar mavjud bo'lganda, bu materialning issiqlik o'tkazuvchanligini o'zgartirishi mumkin. Diodning p-n o'tishida yuza qatlamida asosan deffekt joylashgan local oblastlarda zaryad tasuvchilarning ortishida tok zichligining ortishi bilan local oblastlarda issiqlikning tarqalishini cheklaydigan maydonlar, materialning issiqlik o'tkazuvchanligini pasaytiradi. Ushbu holatni hisoblashda Fure usulida, mikrostruktura va deffektlarni inobatga olish kerak bo'ladi, bu esa qo'shimcha parametrlarni kiritishni talab qiladi (masalan, deffektlarning zichligi va ularning issiqlik o'tkazuvchanlikka ta'siri). Bunday murakkab tizimlarni hisoblash uchun kompyuter modellashirish usullari, masalan, sonli tahlil usullari qo'llaniladi. Fure tenglamasining yechimini topish uchun, masalan, differensial tenglamalarni sonli usullar yordamida yechish mumkin. Bu usullar material ichidagi issiqlikning tarqalishini hisoblashda foydalidir. Haroratning o'zgarishini va issiqlik oqimining tarqalishini aniq hisoblash uchun materialning xususiyatlarini (zichlik, issiqlik sig'imi, issiqlik o'tkazuvchanlik) to'g'ri o'lchash va ularni Fure usuliga moslashtirish zarur. Fure usulida issiqlik oqimining tarqalishi va issiqlikning material ichidagi qanday taqsimlanishini tahlil qilishda quyidagi bosqichlarni ko'rib chiqish kerak. Kremniyda issiqlik o'tkazuvchanlik k asosan materialning xususiyatlariga bog'liq, lekin deffektlar va mikroplazmalar bu qiymatga ta'sir qiladi. Yani, mikrostruktura yoki defektlar mavjud bo'lsa, issiqlikning tarqalish tezligi o'zgaradi. Issiqlik o'tkazuvchanlik k bilan bog'liq bo'lgan oddiy munosabat quyidagicha ifodalanadi:

$$q = -k \nabla T$$

Bu yerda: q — issiqlik oqimi (J); k — issiqlik o'tkazuvchanlik ($W/m \cdot K$); ∇T — haroratning fazodagi gradienti. Issiqlik oqimi q haroratning gradienti ∇T bilan bog'liq bo'lib, materialning issiqlik o'tkazuvchanligi k ni hisoblashda yordam beradi. Mikroskopik darajada, deffektlar materialning strukturasini buzadi, bu esa issiqlikning tarqalishiga qarshi qarshilikni oshiradi. Bunga ko'ra, issiqlik o'tkazuvchanlikni hisoblashda elektronlar va fononlarning (molekulyar va atomar darajadagi tebranishlar) harakati deffektlar orqali qiyinlashadi, bu esa issiqlikning tarqalishini susaytiradi. Material ichidagi mikrostrukturalar, ya'ni mikroskopik ko'rinishdagi issiqlik yutilish va tarqalish hududlarining paydo bo'lishi, issiqlik o'tkazuvchanlikni yanada kamaytiradi.

Fure usulidan foydalanib issiqlik o'tkazuvchanlikni aniqlash uchun quyidagi bosqichlar amalga oshiriladi: yangi kremniy materialining issiqlik o'tkazuvchanlik koeffitsienti k ni va issiqlik sig'imini aniqlash kerak. Bu parametrlar materialning strukturasini va haroratiga qarab o'zgaradi. Deffektlar va mikrostrukturalar mavjud bo'lsa, ularning issiqlik tarqalishiga ta'sirini modellashirish zarur. Buni sonli metodlar yordamida, masalan, finite difference method yoki finite element method yordamida amalga oshirish mumkin. Fure tenglamasini sonli usullar yordamida yechish kerak. Bu usullar material ichidagi issiqlik oqimi va haroratning o'zgarishini vaqt bo'yicha tahlil qilishga imkon beradi. Bunday hisoblashlarni aniq qilish uchun kompyuter modellashirish ishlatiladi. Kompyuter dasturlari, yordamida issiqlik tarqalishining simulyatsiyalarini yaratish mumkin. Bu dasturlar ayniqsa, mikrostrukturalar va deffektlar mavjud bo'lganda material ichidagi issiqlik oqimi va haroratning tarqalishini tahlil qilishda juda foydalidir.

HISOBLASH BOLIMI

Aytaylik, $T(x, t)$ $t \geq 0$ vaqt momentida $x \in \Omega$ nuqtadagi temperatura bo'lsin. Shu yerda $\Omega - \mathbb{R}^n$ dagi soha, $n = 1, 2, 3$. Issiqlik o'tkazuvchanlik tenglamasi quyidagi ko'rinishga ega

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \operatorname{div}(k(x) \nabla T + f(x, t))$$

bu yerda $k(x) > 0$ - harorat o'tkazuvchanlik koeffitsiyenti, $f(x, t)$ - mikroplazmaning issiqlik manbalari zichligi. Bizga ma'lumki, diffuziya jarayonini ifodalovchi tenglama ham xuddi shunday ko'rinishga ega. Agar $k = \text{const}$ koeffitsiyent x ga bog'liq bo'lmasa, u holda tenglama soddalashadi va tegishli aralash chegaraviy masala quyidagi ko'rinishga ega bo'ladi:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = k \Delta T + f(x, t), \quad T|_{t=0} = \varphi(x), \quad T|_{\partial \Omega} = \mu(x),$$

Bir o'lchovli holatni ko'rib chiqamiz va $k = a^2$ deb belgilaymiz:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a^2 \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + f(x, t), \quad x \in [0, l], \quad t \in [0, t_n] \quad (1)$$

O'rganishni boshlang'ich shartlar berilgan birinchi chegaraviy masaladan boshlaymiz.

$$T(x, 0) = \varphi(x), \quad x \in [0, l], \quad (2)$$

va chegaraviy shartlar

$$T(0, t) = \mu(t), \quad T(l, t) = \nu(t), \quad 0 \leq t \leq t_n \quad (3)$$

Avval bir jinsli tenglamani $f \equiv 0$, ya'ni issiqlik manbalari bo'lmaganda yechamiz. Faraz qilaylik, $\mu = \nu \equiv 0$, ya'ni kesmaning uchlarida nol harorat saqlanadi.

Fure usuli

- - (3) masalaning yechimi to'g'ri to'rtburchakda qidiriladi.

$$T\{(x, t) \mid 0 < x < l, 0 < t < t_n\}$$

Uning chegarasining bir qismini quyidagicha belgilaymiz

$$\Gamma = \{0 \leq x \leq l, t = 0\} \cup \{x = 0, 0 \leq t \leq t_n\} \cup \{x = l, 0 \leq t \leq t_n\}$$

(1) - (3) masalaning yechimi torning tebranish tenglamasini yechishga o'xshash o'zgaruvchilarni ajratish usuli bilan quriladi.

1. Birinchi qadam. $U(x, t) = Y(x)Z(t)$ ko'rinishdagi xususiy yechimlarni izlaymiz. Buni tenglamaga qo'yamiz va quyidagini hosil qilamiz.

$$Y(x) \cdot Z''(x) = a^2 Y''(x) \cdot Z(t).$$

$a^2 Y(x)Z(t)$ ga bo'lamiz va quyidagiga ega bo'lamiz

$$\frac{Z'(t)}{a^2 Z(t)} = \frac{Z''(t)}{Y(t)} = \lambda$$

2. Ikkinchi qadam torning tebranish tenglamasi uchun Fure usulining ikkinchi qadamiga to'g'ri keladi. Shturm-Liuvill masalasi ko'rib chiqilmoqda

$$Y''(x) = \lambda Y(x), \quad Y(0) = Y(l) = 0, \quad (4)$$

Quyidagi yechimga ega bo'lamiz.

$$\lambda = -\mu_k^2, \quad \mu_k = \frac{k \cdot \pi}{l}, \quad Y_k(x) = \sin \mu_k x, \quad k = 1, 2, \dots$$

(4) masalaning barcha xos qiymatlari va xos funksiyalari topildi.

3. Keyingi qadam ikkinchi tartibli emas, balki birinchi tartibli $Z(t)$ uchun tenglamani yechishdan iborat. Har bir μ_k uchun bu tenglama quyidagi ko'rinishga ega

$$Z'(t) + a^2 \mu_k Z(t) = 0,$$

uning umumiy yechimi

$$Z(t) = C_k e^{-a^2 \mu_k t}$$

$Y(x)Z(t)$ ko'rinishdagi (1) tenglamaning (3) chegaraviy shartni qanoatlantiruvchi barcha yechimlari topildi:

$$T_k(x, t) = C_k e^{-a^2 \mu_k t} \sin \mu_k x$$

4. Ushbu bosqichda (1) - (3) masalaning yechimi quyidagi qator ko'rinishida qidiriladi:

$$T(x, t) = \sum_{k=1}^{\infty} C_k e^{-a^2 \mu_k^2 t} \sin \mu_k x \quad (5)$$

- boshlang'ich shartdan quyidagini olamiz:

$$\varphi(x) = \sum_{k=1}^{\infty} C_k \sin \mu_k x,$$

bu yerda C_k - $\varphi(x)$ funksiyani (4) masalaning $\{\sin \mu_k x\}$ xos funksiyalari bo'yicha yoyishdagi Fure koeffitsiyentlari:

$$C_k = \frac{2}{l} \int_0^l \varphi(x) \sin \mu_k x dx \quad (6)$$

Fure tenglamasini sonli usulda yechish

Fure tenglamasini sonli usulda yechish uchun, vaqt va fazoni diskretizatsiya qilish kerak. Diskretizatsiya jarayonida, haqiqiy uzluksiz vaqt va fazo o'zgarishlari sonli nuqtalarga aylantiriladi. Bu jarayonni amalga oshirish uchun, vaqt va fazo uchun kichik o'lchovlar (grid points) kiritiladi. Xatoliklarni kamaytirish uchun, fazoda Δx va vaqtda Δt o'lchovlarining quyidagicha aniqlanishi mumkin: Fazodagi haroratni $x_1, x_2, \dots, x_N$ nuqtalarda hisoblaymiz. Haroratni vaqt bo'yicha $t_0, t_1, \dots, t_M$ nuqtalarda hisoblaymiz. Tenglamaning differensial shaklini sonli shaklga o'tkazishda, $\nabla^2 T$ operatorini diskretizatsiya qilish kerak. Fure tenglamasi uchun, ikkita asosiy differensial formula mavjud:

Fazo bo'yicha differensial operatorni diskretizatsiya qilishda Laplas operatorini ikki xususiyatga asosanib hisoblash mumkin:

$$\nabla^2 T(x) \approx \frac{T(x + \Delta x) - 2T(x) + T(x - \Delta x)}{\Delta x^2}$$

Vaqt bo'yicha hisoblash uchun oddiy differensial formula qo'llaniladi:

$$\frac{\partial T}{\partial t} \approx \frac{T_i^{n+1} - T_i^n}{\Delta t}$$

Bu yerda: T_i^n - t_n va x_i nuqtasidagi harorat; Δx - fazo bo'yicha diskretizatsiya o'lchami; Δt - vaqt bo'yicha diskretizatsiya o'lchami. Fure tenglamasini sonli tarzda yechish uchun diskretizatsiya qilingan tenglama quyidagicha bo'ladi:

$$\frac{T_i^{n+1} - T_i^n}{\Delta t} = \alpha \left(\frac{T_{i+1}^n - 2T_i^n + T_{i-1}^n}{\Delta x^2} \right)$$

Bu tenglama yordamida haroratning vaqt va fazo bo'yicha o'zgarishini hisoblash mumkin. Haroratning t_{n+1} va t_n vaqtlardagi qiymatlarini topish uchun ushbu tenglama yordamida iteratsiyalar amalga oshiriladi. Fure tenglamasining sonli shaklini yechish uchun **iteratsiya** metodini qo'llaymiz. Har bir vaqt nuqtasi uchun T_i^{n+1} ni hisoblaymiz. Iteratsiya qoidasi:

$$T_i^{n+1} = T_i^n + \frac{\alpha \Delta t}{\Delta x^2} (T_{i+1}^n - 2T_i^n + T_{i-1}^n)$$

Bu yerda: T_i^n - vaqtning n-chi qadamidagi harorat qiymati; T_i^{n+1} -vaqtning n+1-chi qadamidagi harorat qiymati; α - issiqlik tarqalishining koeffitsienti.

Boshlang'ich va chegaraviy shartlarni belgilashda haroratning boshlang'ich taqsimlanishi $T(x,0)$ belgilashda boshlang'ich harorat barcha nuqtalarda bir xil deb hisoblaymiz. Shuning hisobda olgan holda chegaraviy shart kiritamiz chegaraviy shartlar: $T(0,t)=T_0$ (boshlang'ich nuqtadagi harorat); $T(L,t)=T_L$ (oqirgi nuqtadagi harorat). Kremniy materialida issiqlik tarqalish koeffitsienti $\alpha=1 \times 10^{-4}$ m²/s, fazo bo'yicha tekshirish oraliqlari $\Delta x=0.1$ mkm (1000 ta nuqta), vaqt bo'yicha tekshirish oraliqlari $\Delta t=1$ ms, boshlang'ich harorat taqsimlanishi $T(x,0)=350$ K. Chegaraviy shartlar: $T(0,t)=350$ K, $T(L,t)=300$ K. Haroratni t^{n+1} nuqtasida hisoblash uchun formulasini qo'llanemiz:

$$T_i^{n+1} = T_i^n + \frac{\alpha \Delta t}{\Delta x^2} (T_{i+1}^n - 2T_i^n + T_{i-1}^n)$$

$i=1, 2, \dots, N-1$ (eng birinchi va oxirgi nuqtalar chegaraviy shartlar bilan belgilanadi). Iteratsiya davomida haroratning vaqt bo'yicha o'zgarishini hisoblash uchun barcha nuqtalar uchun haroratni hisoblab va yangi vaqt qadamiga o'tamiz. Vaqt $t=t_0, t_1, \dots, t_M$ bo'yicha hisoblashni davom ettiriramiz. Buni hisoblash uchun **Python** dasturidan foydalanamiz. Quyidagi Python kodi yordamida bu hisoblashni amalga oshirish mumkin:

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

# Parametrlar
alpha = 1e-4 # Issiqlik tarqalish koeffitsienti (m^2/s)
L = 0.005 # Material uzunligi (m)
T_0 = 350 # Boshlang'ich harorat (K)
T_L = 300 # Chegara harorati (K)

# Diskretizatsiya qadamlarini aniqlash
N = 1000 # Nuqtalar soni
dx = L / (N-1) # Fazodagi diskretizatsiya
dt = 1 # Vaqt bo'yicha diskretizatsiya (s)
alpha_dt_dx2 = alpha * dt / dx**2

# Boshlang'ich shartlarni belgilash
T = np.ones(N) * T_0 # Boshlang'ich harorat
T[0] = T_0 # Chegara 1: T(0, t) = 350K
T[-1] = T_L # Chegara 2: T(L, t) = 300K

# Vaqt bo'yicha hisoblash
time_steps = 100 # Vaqt qadamlarining soni
for n in range(time_steps):
    T_new = T.copy()
```

```
for i in range(1, N-1):
    T_new[i] = T[i] + alpha_dt_dx2 * (T[i+1] - 2*T[i] + T[i-1])
T = T_new.copy()
```

```
# Haroratni grafika orqali chiqarish (har 10 qadamda)
```

```
if n % 10 == 0:
```

```
    plt.plot(np.linspace(0, L, N), T, label=f't = {n*dt}s")
```

```
# Natijalarni chiqarish
```

```
plt.xlabel('Position (m)')
```

```
plt.ylabel('Temperature (K)')
```

```
plt.title('Temperature Distribution over Time')
```

```
plt.legend()
```

```
plt.show()
```

Yakuniy qism

Bu usul yordamida Fure tenglamasini sonli usulda yechish mumkin. Diskretizatsiya, boshlang'ich va chegaraviy shartlar, va iteratsiya yordamida material ichidagi issiqlik oqimi va haroratning taqsimlanishini tahlil qilish mumkin. Yuqoridagi misolda, haroratning vaqt bo'yicha taqsimlanishini ko'rsatadigan grafikni olish mumkin. Haroratning vaqt bo'yicha taqsimlanishini ko'rsatadigan grafikni olish uchun quyidagi ketma-ketlikni bajarish kerak. Yuqoridagi misolda Python kodini ishlatgan holda, haroratning fazodagi taqsimlanishini vaqt bo'yicha ko'rish mumkin.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR:

1. Sze, S. M., & Ng, K. K. (2006). Physics of Semiconductor Devices (3rd ed.). Wiley-Interscience.
2. Singh, J. (1994). Semiconductor Devices: Basic Principles. John Wiley & Sons.
3. Neamen, D. A. (2012). Semiconductor Physics and Devices (4th ed.). McGraw-Hill Education.
4. Ziman, J. M. (2001). Electrons and Phonons: The Theory of Transport Phenomena in Solids. Oxford University Press.
5. Incropera, F. P., & DeWitt, D. P. (2007). Fundamentals of Heat and Mass Transfer (6th ed.). Wiley.
6. Selberherr, S. (1984). Analysis and Simulation of Semiconductor Devices. Springer-Verlag.
7. Kittel, C. (2005). Introduction to Solid State Physics (8th ed.). Wiley.
8. Pop, E. (2010). "Energy dissipation and transport in nanoscale devices." Nano Research, 3(3), 147-169.
9. Bar-Lev, A. (1993). Semiconductor and Electronic Devices. Prentice Hall.
10. Schroder, D. K. (2006). Semiconductor Material and Device Characterization (3rd ed.). Wiley-IEEE Press.