KOMBINATORIK USULLAR ORQALI REAL HAYOTIY MASALALARNI TA'LIMDA QO'LLASH ISTIQBOLLARI

Abdullayeva Dildora Anvarovna
Navoiy davlat konchilik va texnologiyalar universiteti,
Oliy matematika va axborot texnologiyalari kafedrasi katta o'qituvchi

Annotatsiya. *Mazkur maqolada kombinatorika fanining nazariy asoslari hamda ularning amaliy jihatdan qo'llanish imkoniyatlari o'rganiladi. Kombinatorik usullar - o'rinlashtirish, o'rinalmashtirish va kombinatsiyalash tushunchalari asosida turli bog'lanishlar, tanlovlar va tartiblashlarning matematik modellari yoritiladi. Ayniqsa, ushbu tushunchalarning ta'lim jarayonidagi o'rni, xususan, "Algebra va analiz asoslari" kursida ularni o'qitish metodikasi va o'quvchilarda matematik tafakkurni shakllantirishdagi roli keng tahlil qilinadi.*

Maqolada kombinatorika bo'limi orqali o'quvchilarning analitik, algoritmik va tizimli fikrlash ko'nikmalarini rivojlantirish, shuningdek, real hayotdagi masalalarni modellashtirishda bu bilimlardan foydalanish muhimligi asoslab beriladi. Paskal uchburchagi, kombinatorik formulalar va ularning tarixiy rivojlanishiga oid materiallar orqali mavzuga chuqur ilmiy yondashuv taqdim etiladi. Keltirilgan misollar, metodik tavsiyalar va nazariy izohlar o'quvchilar bilimini mustahkamlashga hamda ularning oliy ta'limga tayyorligini oshirishga xizmat qiladi.

Annotation. *This article explores the theoretical foundations of combinatorics and its practical applications. Combinatorial methods - such as permutations, arrangements, and combinations—are examined in the context of constructing various mathematical models of connections, selections, and orderings. Special attention is given to the role of these concepts in the educational process, particularly within the "Fundamentals of Algebra and Analysis" course, where their teaching methodology and significance in developing students' mathematical thinking are thoroughly analyzed.*

The article emphasizes the importance of using combinatorics to enhance students' analytical, algorithmic, and systematic thinking skills, as well as its application in modeling real-world problems. A scientific approach to the topic is provided through the discussion of Pascal's triangle, combinatorial formulas, and historical perspectives on the development of the field. The examples, methodological recommendations, and theoretical explanations presented in the article aim to strengthen students' understanding and better prepare them for higher education.

Kalit so'zlar. *Kombinatorika, o'rinlashtirish, o'rinalmashtirish, kombinatsiya, Paskal uchburchagi, matematik model, analitik fikrlash, algoritmik yondashuv, ehtimollik, tartiblash, guruhlash, ta'lim metodikasi, tarixiy yondashuv, matematik tafakkur, amaliy qo'llanish, akademik litsey.*

Keywords: *combinatorics, arrangement, permutation, combination, Pascal's triangle, mathematical model, analytical thinking, algorithmic approach, probability, ordering, grouping, teaching methodology, historical approach, mathematical reasoning, practical application, academic lyceum.*

Matematikaning muhim va faol rivojlanayotgan bo‘limlaridan biri bo‘lgan kombinatorika-cheklangan sondagi elementlar ustida amalga oshiriladigan tanlov, tartiblash va guruhlash jarayonlarini o‘rganadi. U dastlab nazariy jihatdan shakllangan bo‘lsa-da, bugungi kunga kelib texnika, iqtisod, informatika, kriptografiya, sun’iy intellekt kabi ko‘plab sohalarda chuqur tadbiq etilmoqda. Kombinatorika usullariga asoslangan matematik modellar hayotning turli jabhalaridagi murakkab masalalarni soddalashtirish va ular uchun eng maqbul yechim topish imkonini beradi. Ayniqsa, variantlar sonini aniqlash, optimal qarorlar qabul qilish, resurslarni taqsimlash, tartiblash va kodlash kabi amaliy vazifalar bevosita kombinatorika bilan bog‘liq.

Bu fan bo‘limining eng asosiy tushunchalari-o‘rinlashtirish (permutatsiyalar), o‘rinalmashtirish (to‘liq permutatsiyalar) va kombinatsiyalar (gruppalash) bo‘lib, ular yordamida berilgan to‘plam elementlari ustida turlicha bog‘lanishlar tashkil etish mumkin. Har bir tushuncha o‘zining qat’iy shartlari, formulalari va amaliy jihatlari bilan ajralib turadi. Masalan, shaxsiy ma’lumotlar, avtomobil raqamlari, test variantlari, sport jamoalarini shakllantirish, saylov tizimlaridagi nomzod tartiblari va boshqa ko‘plab jarayonlar kombinatorik asosda modellashtiriladi. Bu holat kombinatorikaning dialektik rivojlanishini yaqqol namoyon qiladi: nazariy asos - metodik uslub - amaliy tadbiq.

Kombinatorik bilimlar ta’lim jarayonining ajralmas qismiga aylanib bormoqda, ayniqsa, “Algebra va analiz asoslari” kursida ushbu bo‘lim fundamental mavzu sifatida o‘rgatiladi. Aynan shu kurs orqali o‘quvchilar o‘zlarining matematik tafakkurini chuqurlashtirib, algoritmik yondashuvga asoslangan matematik modellarni tuzish, variantlarni tahlil qilish, real hayotiy muammolarni matematik strukturada ifodalashni o‘rganadilar. Ayniqsa, akademik litseylarning tabiiy fanlar yo‘nalishidagi o‘quvchilari uchun kombinatorika nafaqat bilim manbai, balki kelajakdagi oliy ta’limga tayyorgarlikning nazariy va amaliy tayanchidir.

Mazkur maqolada kombinatorikaning nazariy asoslari, ularning amaliy qo‘llanishi, Paskal uchburchagi, simmetriya qoidalari, kombinatorik formulalar va turli tarixiy manbalar asosida chuqur tahlil qilinadi. Bundan tashqari, real hayotiy misollar orqali o‘quvchilarning mantiqiy, analitik va tizimli fikrlash ko‘nikmalari shakllantirilishiga e’tibor qaratiladi. Har bir formulaga asoslangan misollar, izohlar va metodik yondashuvlar orqali o‘quvchilarda matematik kompetensiyaning asosiy elementlari shakllantiriladi. Shu orqali nafaqat fan o‘zlashtiriladi, balki o‘quvchining ijtimoiy, texnik va iqtisodiy tizimlarni matematik tarzda tahlil qilishga tayyorligi ham yuksaltiriladi.

Kombinatorika (birlashmalar) tadbiqiy nuqtai nazardan juda muhim bol`gan tushuncha. Buni avvalo nazariy jihatdan asoslash taqozo etiladi. So`ngra uni nazariy rivojlantirib hayotga tadbiq etiladi. Bunday dialektik yondashuv tufayli inson yashash hayoti yanada rivojlantiriladi. Bu masalaga bag`ishlangan ko`pgina ilmiy va ilmiy-uslubiy tadqiqotlarni ko`rsatish mumkin.

Bayon etilganlar asosida Akademik litseyning tabiiy fanlar yo`nalishida “Algebra va analiz asoslari” kursini o`qitishning asosiy maqsadi o`quvchilar kelajakda oliy tahlim muassasalarda tahsil olib yetuk kadr bo`lishdan iborat. Shuning uchun ularda ham amaliy va ham nazariy bilimini oshirish maqsad qilib olindi.

Qaralayotgan asosiy muammo o`qitishning uzviyligini ta`minlash o`qitishda va ilmiy tadqiqotlardan foydalanishdan iborat. Bunda takroriy kombinatorika va uning tadbiqlari asosiy muammodir.

"Algebra va analiz asoslari" o`qitish texnologiyasi asosida o`quvchilar matematik modellar tuzishni bayon etdi. Bunda amaliy, tadbiqiy masalalar ko`rib o`tildi. Jumladan hayotdagi to`lov hujjatlari, avtomobillarni nomerlash, shaxsiy va boshqa hujjatlarni nomerlash, juda zarur bo`lgan masalalar yechish ko`rsatib o`tildi. Bu esa ishimizning amaliy ahamiyatini ko`rsatadi.

Qandaydir $M=\{a_{1,}a_{2,},...,a_n\}$ to`plam berilgan bo`lsin. M to`plam elementlaridan quyidagi simvollarni tuzamiz:

$a_1a_2, a_1a_3, ..., a_1a_n, a_2a_3, ...$ (1)

$a_1a_2a_3, a_1a_3a_4, ..., a_2a_3a_5, ...$ (2)

$a_1a_2a_3a_4, a_1a_3a_4a_5, ..., a_2a_3a_4a_5, ...$ (3)

Yuqoridagi simvollar kombinatorika yoki bog`lanishlar deb ataladi. Bu kombinatorika yoki bog`lanishlar M to`plam elementlaridan tuzilgan. Bo`lardan (1) n elementdan to 2 gacha bo`lgan bog`lanish deb ataladi; (2) esa n elementdan to 3 gacha; (3) n elementdan to 4 gacha va hokazo.

Birlashmalar 3 ko`rinishga bo`linadi;

1. O`rinlashtirish.
2. O`rinalmashtirish.
3. Kombinasiyalash(Guruhlash).

Ta`rif 1. Agar n elementlardan to m gacha bo`lgan bog`lanish hech bo`lmaganda bir elementdan farqlansa yoki elementlarning tartibi bo`yicha ham farqlansa, u holda bu bog`lanish n elementdan to m gacha o`rinlashtirish deb ataladi.

Masalan, (1) n elementdan 2 gacha o`rinlashtirishdir.

O`rinlashtirish soni, y`ani n elementdan to m gacha A_n^m ko`rinishda ifodalanadi. A mrfkash fransuz so`zi "arangement"dan olingan bo`lib o`rinlashtirish ma`nosini bildiradi.

Misolllar keltiramiz. a_1, a_2, a_3 elementlarni olamiz ; n=3.

1)o`rinlashtirishlarni 1 ta element bo`yicha olamiz:

a_1, a_2, a_3

o`rinlashtirishlar soni $A_3^1 = 3$

2)Endi o`rinlashtirishlarni 2 ta element bo`yicha olamiz.

$a_1a_2, a_1a_3, a_2a_3, a_2a_1, a_3a_1, a_3a_2.$

o`rinlashtirishlar soni A_3^2=6

3)o`rinlashtirishlar sonini 3 ta element bo`yicha olamiz:

$a_1a_2a_3, a_1a_3a_2, a_2a_3a_1, a_2a_1a_3, a_3a_1a_2, a_3a_2a_1$.

o`rinlashtirishlar soni $A_3^3 = 6$

Qachonki n soni katta bo`lsa, u holda o`rinlashtirish noqulaydir. O`rinlashtirishlar hisoblash uchun quyidagi teoremani keltirib o`tamiz.

Teorema 1. O`rinlashtirishlar miqdori n elementdan to m gacha tuzilganlar uchun quyidagiga teng:

$$A_n^m = n(n-1)(n-2)....[n-(m-1)] \qquad (4)$$

Bu yerdan shu narsa ko`rinadiki, o`rinlashtirish n elementdan to 2 gacha $n(n-1)$ soniga teng ya'ni

$$A_n^2 = n(n-1)$$

Bu (4) formula $m = 2$ uchun o`rinlidir.

Agar biz yuqori tartibli o`rinlahtirishni n ta elementdan to 3 gacha o`rinlashtirishlar sonini topmoqchi bo`lsak, u holda $n(n-1)(n-2)$ ga ega bo`lishimiz qiyin emas.

Buning uchun (6) dan a_i a_j elementlarni olish kerak, bunda (5) ga nisbatan a_k elementlarni a_k ga to`ldiradi. Bu yerda $n = 1,2,...n;$

$k \neq i, k \neq j,$ bunda quyidagi simvollarni tashkil qilishimiz mumkin.

$a_1a_2a_3, a_1a_2a_4...., a_{n-2}a_{n-1}a_n.....(7).$

Shunday qilib, har qaysi a_i a_j juftlik n-2 yangi kambinasiyani vujudga keltiradi. Bunday muhokamani davom ettirib, biz ixtiyoriy m soni uchun quyidagi formulani olamiz;

$$A_n^m = n(n-1)(n-2)....[n-(m-1)]$$

Ta`rif 2. Agar m elementdan to m gacha bog`lanishlar faqat bo`yicha elementlardan farqlansa, u holda bunday bog`lanishlar o`rin almashtirish deb ataladi.

Masalan M to`plamdan 3 ta element $a_1, a_2, a_3$ larni ajratib olamiz. Bu elementlardan mumkin bo`lgan o`rin almashtirishlarni $a_1a_2a_3, a_1a_3a_2, a_2a_3a_1, a_2a_1a_3, a_3a_1a_2, a_3a_2a_1$ tuzamiz. m elementlarda tuzilgan o`rin almashtirishlar soni P_m ko`rinishda ifodalaymiz. Bu yerda $P$ rfkash fransuzcha "Permo`tation" so`zidan olingan bo`lib o`rin almashtirish so`zini bildiradi.

Keltirilgan misollardan $P_3 = 6$ ekanligi kelib chiqadi. Shuni belgilash lozimki, P_1=1, P_2=2.

Teorema 2. m elementlardan tashkil topgan o`rin almashtirishlar soni

$$P_m = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot ... \cdot m! \qquad (8)$$ g

a teng. Bu yerda ! "faktarial" deb o`qiladi.

Ta`rif 3. Agar elementdan to m gacha tashkil etilgan bog`lanish faqatgina 1 ta element bilan farqlansa, u holda bunday bog`lanishlar n elementdan to m gacha kombinasiya deb ataladi.

Masalan. 3 elementdan a_1, a_2, a_3 mumkin bo`lgan 2 tadan kombinasiya tuzamiz:

$a_1a_2, a_1a_3, a_2a_3.$

n elementdan to m gacha tuzilgan kombinasiyalar

$$C_n^m = \frac{A_n^m}{P_m} \qquad (9)$$

formula yordamida hisoblanadi.

Bu muhokamani keyingi misolimizda qo`llashimiz mumkin. $a_1, a_2, a_3, a_4$ elementlarni olamiz va mumkin bo`lgan 3 tadan kombinasiyani tuzamiz:

$a_1a_2a_3$	$a_1a_3a_4$	$a_1a_2a_4$	$a_2a_3a_4$	
$a_2a_1a_3$	$a_3a_1a_4$	$a_2a_1a_4$	$a_3a_2a_4$	
$a_3a_2a_1$	$a_4a_3a_1$	$a_4a_2a_1$	$a_2a_4a_3$	P_3
$a_1a_3a_2$	$a_1a_4a_3$	$a_1a_4a_2$	$a_4a_3a_2$	
$a_3a_1a_2$	$a_3a_4a_1$	$a_4a_1a_2$	$a_4a_2a_3$	
$a_2a_3a_1$	$a_4a_1a_3$	$a_2a_4a_1$	$a_3a_4a_2$	
		C_4^3		

Jadvaldan ko`rinib turibdiki,

$A_4^3 = C_4^3 \cdot P_3 = 24,$ $\qquad C_4^3 = \frac{A_4^3}{P_3} = \frac{24}{6} = 4$

Kombinasiyalar quyidagi xossalarga ega:

1) $C_n^m = \frac{P_n}{P_{n-m} \cdot P_m} = \frac{n!}{(n-m)!m!}$ (10)

Haqiqatan ham (9), (8) va (4) formulalardan quyidagilarni olamiz:

$$C_n^m = \frac{A_n}{P_m} = \frac{n(n-1)....(n-(n-m))}{1*2*....*m} * \frac{(n-m)[n-(m+1)]*....2*1}{(n-m)[n-(n-m)]*....2*1} = \frac{1*2*...*[n-(n-m)]}{1*2*...*(n-m)}$$

$$* \frac{(n-m)[n-(m-1)]..(n-1)n}{1*2*...m} = \frac{n!}{(n-m)!m!} = \frac{P_n}{P_{n-m}P_m}$$

2) $C_n^m = C_n^{n-m}$ (11)

(11) ni hosil qilish uchun (10) dagi m o`rniga n-m ni qo`yish mumkin.

3)Hisoblash asosida biz

$C_n^1 = n,$ $\quad C_n^n = 1,$ $\quad C_n^0 = 1$

$C_n^k = C_{n-1}^k + C_{n-1}^{k-1}$ (12)

larni olamiz.

Quyidagi ayniyat o`rinlidir:

$C_k^k + C_{k+1}^k + ... + C_{k+m-1}^k = C_{k+m}^{k+1}$ (13)

$C_k^0 + C_{k+1}^1 + ... + C_{k+m-1}^{m-1} = C_{k+m}^{m-1}$ (14)

Bu ayniyat (11) va (13) lardan kelib chiqadi.

6) Arifmetik uchburchak.

(12) formula C_n^k ning qiymatini topishda yordam beradi, agar $C_{n-1}^k va C_{n-1}^{k-1}$ qiymatlari ma`lum bo`lsa.Hisoblashni quyidagi ko`rinishda yozish qulay:

1
1 2 1
1 3 3 1
....
....

Jadvalning $n+1$ ustunida $C_n, C_n^1, \dots C_n^0$ raqamlar tartib bilan joylashgan. Shuning uchun $C_m^0 = C_n^n = 1$.

Qolgan raqamlar (12) formulada joylashgan.

Qanchalik $C_{n-1}^{k-1} va C_{n-1}^{k}$ joylashgan jadvalda ustunlar tepada, C_n^k tepadagi ustunda chapdagi va o`ngdan joylashgan. $C_n^k$ keyingi ustunga chapdan va o`ngdan joylashtirish kerak.

Masalan 5 chi qatordagi 4 va 6 ni joylashtirishimiz natijasida, 6 chi qatordagi 10 raqamini hosil qilamiz.

Bilamizki shunaqa jadval matematiklar tomonidan topilgan. Bular Ulug`bek abservatoriyasida ishlashgan (Samarqand shahrida) G`iyosiddin Koshiy (1420 yillar atrofida), shoir va matemetik Umar Hayom (1040-1123). Italyalik matematik Nikolayu Tartale (1500-1557), Fransiya matemetigi va fizigi Blez Paskal (1623-1662) bu jadvalni keng qo`llashgan.

Ta’lim tizimida o‘quvchilarning analitik fikrlashini shakllantirish va ularni murakkab muammolarga mantiqiy yechim topishga yo‘naltirish eng ustuvor vazifalardan biridir. Shu nuqtai nazardan olganda, kombinatorika mavzusini chuqur o‘rganish va uni amaliy jihatdan qo‘llay olish ko‘nikmasi matematikaning zamonaviy yondashuvlarini o‘zlashtirishda muhim ahamiyat kasb etadi. Bu fan yo‘nalishi orqali o‘quvchilar sonli tuzilmalar, modellar va ehtimolliklar bilan ishlashda o‘z bilim va malakalarini mustahkamlaydilar.

Boshqa tomondan, kombinatorik masalalarni yechish o‘quvchilarda sabr, izchillik va ijodkorlikni shakllantiradi. Har bir tanlov, guruhlash yoki tartiblash amaliyoti turli natijalarga olib kelishi mumkin bo‘lgani uchun, bu jarayonlar orqali muayyan muammoga turli tomondan yondashish imkoniyati yuzaga keladi. Shu jihatdan qaralganda, kombinatorik yondashuvlar faqat nazariy masala yechish vositasi bo‘lib qolmay, balki real hayotdagi muammolarni modellashtirish va tahlil qilish uchun ham kuchli uslubiy asoslarga ega.

Shuningdek, tarixiy manbalarda berilgan matematik merosga e’tibor qaratish orqali o‘quvchilar nafaqat zamonaviy bilimlarni o‘zlashtiradilar, balki o‘z ilmiy ildizlariga ham hurmat bilan qarashni o‘rganadilar. Bu esa ularning nafaqat matematik, balki umumiy madaniy dunyoqarashining kengayishiga xizmat qiladi.

Yakun sifatida aytish joizki, kombinatorika - bu raqamlar ortidagi tartib va mantiqni izlash, ulardan yangi bilimlar chiqarish, va bu bilimlarni turli sohaga qo‘llay bilish san’atidir. Shu bois, uni chuqur o‘rganish nafaqat matematikaga oid bilimlarni oshiradi, balki har qanday sohada raqamlarga asoslangan fikrlash madaniyatini rivojlantiradi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR:

7. Халимов С.А., Ашуров И.М. Diskret matematika. — Toshkent: O‘zbekiston Respublikasi Fan va texnologiyalar agentligi, 2016. 225 bet

8. Нурматов У. Kombinatorika va ehtimollar nazariyasi asoslari. — Toshkent: Iqtisod-Moliya, 2019. 210 bet