

## TA'LIMJARAYONIDA KOMBINATORIK MASALALAR ORQALI O'QUVCHILARNING ALGORITMIK VA MANTIQUIY FIKRLASHINI RIVOJLANTIRISH

Ismoilova Zamira Tuxtayevna

*Navoiy davlat konchilik va texnologiyalar universiteti,  
Oliy matematika va axborot texnologiyalari kafedrası katta o'qituvchi*

**Annotatsiya.** Mazkur maqolada elementlar soni cheklangan muhitda tanlovlar sonini aniqlashga oid kombinatorik metodlar amaliy misollar orqali chuqur yoritiladi. O'quvchilarga o'zaro farqli tartib va guruhlanishlar ustida fikrlash imkonini beruvchi masalalar orqali, kombinatorikaning o'rinlashtirish va gruppalash kabi asosiy tushunchalarining qo'llanish mexanizmi izchil tushuntiriladi. Tanlovlar ustidagi tartib, birlashmalarning tarkibiy o'zgaruvchanligi, kombinator formulalarning tuzilishi va ular yordamida hosil qilinadigan matematik model yondashuvi tizimli ravishda ochib beriladi.

Maqolada keltirilgan masalalar orqali o'quvchilarning algoritmik tafakkuri shakllanishi, tanlov strategiyasini matematik ifodalash ko'nikmalari rivojlanishi nazarda tutiladi. Shu bilan birga, kombinatorika formulalarining amaliy holatlarga moslashgan yechimlarini izohlash orqali murakkab tahliliy kompetensiyalarni shakllantirishga xizmat qiluvchi metodik asoslar ishlab chiqiladi. Har bir masala nafaqat yechim topishga, balki masalaga yondashuv, mantiqiy tuzilmani anglash va formulani o'z vaqtida tanlay olish malakasiga e'tibor qaratadi.

Maqola matematik model tuzish, variantlar sonini tahlil qilish va real holatlarga kombinatorik fikrlash bilan yondashishni o'rgatishga qaratilgan bo'lib, u zamonaviy ta'limda fanlararo bog'liqlikni kuchaytiruvchi vosita sifatida ham qaraladi. Tahliliy uslubda berilgan bu maqola o'quvchilar, talabalar hamda fan o'qituvchilari uchun kombinatorikaning amaliy imkoniyatlarini o'zlashtirishda samarali manba hisoblanadi.

**Abstract.** This article explores combinatorial methods for determining the number of selections in environments with a limited number of elements, illustrated through practical examples. By means of problems involving various arrangements and groupings, it systematically presents the application mechanisms of fundamental combinatorial concepts such as permutations and combinations. The structure of selection orders, the compositional variability of groupings, and the formulation of combinatorial equations are thoroughly analyzed to demonstrate how mathematical modeling is constructed through these methods.

The problems provided in the article aim to develop students' algorithmic thinking and enhance their ability to mathematically formulate selection strategies. Additionally, by interpreting combinatorial formulas in the context of real-life scenarios, the article offers a methodological foundation for fostering complex analytical competencies. Each problem emphasizes not only finding the correct solution but also developing the ability to approach problems strategically, understand logical structures, and appropriately apply relevant formulas.

The article is designed to teach students how to construct mathematical models, analyze the number of possible outcomes, and apply combinatorial reasoning to real-world contexts. It also emphasizes the interdisciplinary role of combinatorics in modern education.

*Presented in an analytical style, this article serves as a valuable resource for students, university learners, and educators seeking to deepen their understanding of the practical applications of combinatorics.*

**Kalit so'zlar.** *Kombinatorika, o'rinlashtirish, gruppash, variantlar soni, matematik modellashtirish, tanlov strategiyasi, algoritmik tafakkur, tartib va tarkib, kombinatorik formulalar, simmetriya xossasi, Paskal qoidasi, ta'limda kombinatorika, real hayotiy masalalar, fanlararo yondashuv, ehtimollik modellari, analitik kompetensiya, tizimli fikrlash, matematik strukturaviy model, o'quvchilarning mantiqiy fikrlashi, tanlovlarni optimallashtirish.*

**Keywords.** *Combinatorics, permutation, combination, number of variants, mathematical modeling, selection strategy, algorithmic thinking, order and composition, combinatorial formulas, symmetry property, Pascal's rule, combinatorics in education, real-life problems, interdisciplinary approach, probability models, analytical competence, systematic thinking, mathematical structural model, students' logical reasoning, optimization of choices.*

Zamonaviy matematikaning asosiy bo'limlaridan biri bo'lgan kombinatorika kundalik hayotdagi turli tanlov, joylashtirish, taqsimlash va rejalashtirish muammolarini hal qilishda muhim ahamiyat kasb etadi. Kombinatorik yondashuvlar sonli yechimlarni berish barobarida, murakkab matematik modellashtirishlarning boshlang'ich bosqichini tashkil etadi. Ayniqsa, elementlar soni cheklangan bo'lib, ular ustida amalga oshiriladigan tanlovlar sonini aniqlash zarur bo'lganda kombinatorika usullari beqiyos rol o'ynaydi.

Turli elementlardan tashkil topgan to'plamlar ustida amalga oshiriladigan o'rinlashtirish (permutatsiya), tanlash (kombinatsiya) va joylashtirish (variantlar) singari amallar matematikadagi eng asosiy va eng ko'p uchraydigan muammolardan biridir. Masalan, sinfdagi o'quvchilardan rahbar tayinlash, olimpiadaga nomzodlar tanlash, sport turnirida juftliklar tuzish, jamoa shakllantirish kabi real hayotiy holatlar kombinatorik hisob-kitoblarga asoslanadi. Bunday masalalarda elementlarning soni, tartibi, birxilligi yoki farqliligi muhim rol o'ynaydi va bu jihatlar yakuniy kombinatorik formulalarning turli ko'rinishlarda qo'llanilishiga olib keladi.

Kombinatorika bo'limining dastlabki asosiy tushunchalaridan biri - bu o'rinlashtirishdir. O'rinlashtirishda tanlangan elementlarning tarkibi va tartibi muhim ahamiyatga ega bo'lib, har bir birlashma boshqa birlashmadan hech bo'lmasa tartibi bilan farq qilishi kerak. Bu tushuncha orqali turli lavozimlarga nomzodlarni tanlash, har xil rangdagi kartalarni tartib bilan joylashtirish kabi amaliy masalalarni yechish mumkin. O'rinlashtirish soni uchun  $A_n^m = n(n-1)\dots(n-m+1)$  formulasi qo'llaniladi. Bu yerda  $n$  - umumiy elementlar soni,  $m$  - tanlanayotganlar soni.

Shuningdek, gruppash (kombinatsiya) tushunchasi ham amaliy matematikada keng qo'llaniladi. Gruppashda tanlov tartibi hisobga olinmaydi, ya'ni  $A$  va  $B$  tanlovi  $B$  va  $A$  tanlovidan farqlanmaydi. Bu xususiyat sport jamoalarini tuzishda, guruhlar bo'lishda, test variantlari shakllantirishda dolzarb ahamiyat kasb etadi. Gruppash formulasi sifatida

$$C_n^m = \frac{n!}{m!(n-m)!} \quad \text{qo'llaniladi. Bundan tashqari, ushbu formulani yozishning boshqa}$$

ko'rinishlari ham mavjud bo'lib, ular orqali hisoblashlarni soddalashtirish mumkin.

O'quvchilarning real hayotiy misollar orqali bu tushunchalarni to'g'ri tushunishi va ularga mos formulalarni qo'llab muammolarni yechishga erishishi, ularning mantiqiy fikrlash qobiliyatini rivojlantiradi va matematikaning amaliy tomonlarini anglashga xizmat qiladi. Shu sababli kombinatorika boshlang'ich bosqichdan boshlab o'rganilishi lozim bo'lgan zaruriy bo'limlardan biridir.

Mazkur maqolada aynan shunday masalalarga chuqur yondashiladi. Kirish bosqichida kombinatorika asoslari, o'rinashtirish va gruppalar tushunchalari nazariy jihatdan tahlil qilinadi. Undan so'ng real hayotdagi muammolar asosida tuzilgan masalalar yechilib, har biriga izoh va mantiqiy tahlil beriladi. Kombinatorika formulalari bosqichma-bosqich o'rganiladi, hamda ularning o'zaro farqi, o'xshashliklari va amaliy qo'llanilishi muhokama qilinadi.

Bundan tashqari, maqolada Paskal qoidasi, simmetriya xossasi, hamda murakkab kombinatorik tenglamalarni yechish bilan bog'liq masalalar ham yoritiladi. Bu esa, nafaqat o'quvchilar, balki matematikadan ilg'or bilim olishni istagan barcha o'quvchilar, talabalar va ustozlar uchun ham foydali bo'ladi. Masalalarning yechimlarida tushuntirishlar berilib, kombinatorik formulalarning ishlash mantiqlari, natijalarni qanday topish mumkinligi aniq va soddalashtirilgan usulda izohlanadi.

Kombinatorika yordamida tanlov, joylashtirish va o'rinashtirishga oid barcha amallarni ilmiy asosda, tizimli yondashuv bilan o'rganish o'quvchilarning analitik tafakkuri, mantiqiy fikrlashi va algoritmik bilimlarini yanada kuchaytiradi. Shu sababli maqola kombinatorikaning o'quvchilarga tushunarli, hayotiy va amaliy jihatlarini ochib berishga qaratilgan bo'lib, har bir misolda chuqur tahlil va fikr yuritish elementlari mavjud.

Raqamlar, tekislikdagi nuqtalar, biror singfdagi o'quvchilar elementga misol bo'la oladi. Turli elementlardan birlashmalar tuzish mumkin. Birlashmalar uch xil bo'ladi.

Ta'rif.  $n$  ta elementdan  $m$  tadan ( $n \geq m$ ) o'rinashtirish deb shunday birlashmalarga aytiladiki, ularning har birida  $m$  tadan element bo'ladi: bitta birlashma ikkinchisidan elementlarning tarkibi yoki tartibi bilan farq qiladi.

1-misol. Sinfda 5 nafar o'quvchi bo'lsin. Shu o'quvchilar orasidan matematikadan 1 ta, fizikadan 1 ta olimpiadachi o'quvchini tanlash kerak bo'lsin. Savol: shu ikki o'quvchini necha xil usul bilan tanlash mumkin?

Tushuntirish: O'quvchilarni A, B, C, D, E deb belgilaylik. Agar matematikadan A ni tanlasak, fizikadan B ni tanlash mumkin. Demak, 1-usul A va B bo'ladi. Lekin matematikadan B tanlansa va fizikadan A tanlansa bu ham 1-usuldan farq qiladigan usul ya'ni 2-usul bo'ladi. Demak 2-usul B va A.E'tibor bering bu ikkita usul ayni ikki o'quvchidan tuzilgan lekin 1-usulda matematikadan olimpiadaga boradigan o'quvchi 2-usulda fizikadan boradi. Demak o'quvchilarning tarkibi o'zgarmaydi faqat tartibi o'zgaradi. Agar matematikadan olimpiadaga boradigan o'quvchini birinchi yozamiz deb kelishib olinsa, quyidagi birlashmalarni yozish mumkin ekan.

AB, AC, AD, AE, BA, BC, BD, BE, CA, CB, CD, CE, DA, DB, DC, DE, EA, EB, EC, ED.

Demak, jami 20 ta birlashma bor ekan. Diqqat:  $20 = 5 \cdot 4$  ekaniga e'tibor bering.

2-misol. Sinfda 30 o'quvchi bor. Shu sinfda sardor va sport tashkilotchisini necha xil usul bilan tanlash mumkin?



Yechish: Agar A o'quvchi sardor bo'lsa, qolgan 29 ta o'quvchining har biri sport tashkilotchisi bo'lishi mumkin. Demak hozircha 29 ta usul.

Agar B o'quvchi sardor bo'lsa, qolgan 29 ta o'quvchining har biri sport tashkilotchisi bo'lishi mumkin.

Shuni esda tutish kerakki har bir o'quvchining sardor ham sport tashkilotchisi ham bo'lishga haqqi bor. Shuning uchun jami usullarni hisoblash uchun  $30 \cdot 29$  ni hisoblash yetarli.  $30 \cdot 29 = 870$

Javob: 870 usul

3-misol. Sinfda 30 o'quvchi bor. Shu sinfda sardor, sport tashkilotchisi va muharrirni tayinlash kerak bo'lsa, necha xil usulda tayinlash mumkin?

Yechish:  $30 \cdot 29 \cdot 28 = 24360$  usulda.

1-topshiriq. 3-misol yechimini izohlang.

4-topshiriq. 30 o'quvchidan sardor, sport tashkilotchisi, muharrir va tozalik nazoratchisini tayinlash kerak bo'lsa bu ishni necha xil usulda bajarish mumkin?

5-topshiriq. 30 ta o'quvchidan 5 ta lavozimga tayinlash kerak bo'lsachi?

6-topshiriq. Nima uchun ta'rifda  $n \geq m$  sharti qo'yilgan?

Muhim belgilash: n elementdan m tadan o'rinlashtirishni  $A_n^m$  kabi belgilanadi.

$A_n^m$  ning qanday hisoblanishini quyidagi misollardan tushunib olsa bo'ladi.

4-misol. Hisoblang: a)  $A_n^2 = n(n-1)$

b)  $A_n^3 = n(n-1)(n-2)$  c)  $A_n^4 = n(n-1)(n-2)(n-3)$

d)  $A_{10}^2 = 10 \cdot 9 = 90$  e)  $A_{10}^3 = 10 \cdot 9 \cdot 8 = 720$

j)  $A_{25}^3 = 25 \cdot 24 \cdot 23 = 13800$

Umumiy formula:

$$A_n^m = n(n-1)(n-2) \cdot \dots \cdot (n-m+1)$$

Ta'rif. Elementlarning tartibiga bog'liq bo'lmagan birlashmalar gruppashlar deyiladi. Bir grupp ikkinchisidan hech bo'lmasa bitta elementi bilan farq qilishi kerak.

Misol. Shaxmat turnirida 12 shaxmatchi qatnashdi. Har bir shaxmatchi boshqa shaxmatchilarning har biri bilan bir martadan o'ynadi. Hammasi bo'lib necha partiya o'yin bo'lgan?

Eslatma. Bu masalada AB va BA birlashmalar bitta birlashma deb qaraladi.

Muhim eslatma. n elementdan m tadan olib tuzilgan gruppashlar soni  $C_n^m$  kabi belgilanadi.

$$C_n^m \text{ ni hisoblash formulasi quyidagicha: } C_n^m = \frac{n!}{m!(n-m)!} \quad (1)$$

Shu formulani  $C_n^m = \frac{n(n-1) \dots (n-m+1)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot m}$  (2) formula bilan yozish ham mumkin.

Misol. Hisoblang: a)  $C_5^3$  b)  $C_{10}^2$  c)  $C_{20}^{19}$  d)  $C_n^0$  e)  $C_n^1$  j)  $C_n^n$

Misol. O'quvchi 5 ta kitobdan 3 tasini necha xil usul bilan tanlashi mumkin?

Misol. 13 kishidan 6 kishilik voleybol jamoasini necha xil usulda tanlash mumkin?

1-muhim xossa. (simmetriya qoidasi) Ushbu formula o'rinli:  $C_n^m = C_n^{n-m}$

Bu qoida foydali ekanini shu qoidaga ko'ra ushbu hisoblashlarni bajarib ishonch hosil qiling.

Misol. Hisoblang: a)  $C_{20}^{19}$  b)  $C_{20}^{18}$

2-muhim xossa.(Paskal qoidasi)

Ushbu formula o'rinli:  $C_n^m = C_{n-1}^{m-1} + C_{n-1}^m$

Masalan:  $C_{10}^9 = C_9^8 + C_9^9 = \frac{9!}{8! \cdot 1!} + 1 = 9 + 1 = 10$

1-topshiriq. Gruppalashtirishlarning o'rinlashtirishlardan farqi bor yoki yo'qligini aniqlang.

2-topshiriq. Gruppalashtirishlarning o'rin almashtirishlardan farqi bor yoki yo'qligini aniqlang.

3-topshiriq.  $C_n^m = \frac{A_n^m}{P_n}$  formula to'grimi?

Mustaqil bajarish uchun misollar.

1)  $\frac{1}{C_4^n} = \frac{1}{C_5^n} + \frac{1}{C_6^n}$  bo'lsa, n ni toping.

2)  $5C_n^3 = C_{n+2}^4$  bo'lsa, n ni toping.

3)  $C_{n+4}^{n+1} - C_{n+3}^n = 15(n+2)$  bo'lsa, n ni toping.

4)  $(n+2)! = 132A_n^k \cdot P_{n-k}$  bo'lsa, n ni toping.

5) Tengsizlikni yeching:  $C_{10}^{x-1} > 2C_{10}^x$

6) 5 ta o'quvchiga 3 ta mukofotni taqsimlash kerak. Mukofotni necha xil usulda taqsimlash mumkin:

a) agar mukofotlar har xil bo'lsa;

b) agar mukofotlar bir xil bo'lsa.

7) Qavariq 100 burchakning nechta diagonal bor?

a) n burchakdachi?

b) 25 burchakdachi?

Kombinatorika masalalari orqali o'quvchilarning tanlash, joylashtirish va o'rinlashtirishga oid matematik tafakkurini rivojlantirish - nafaqat ularning fan bo'yicha bilim darajasini chuqurlashtiradi, balki real hayotiy vaziyatlarda mustaqil, aniq va mantiqiy qarorlar qabul qilish malakasini shakllantiradi. Ushbu turdagi masalalar orqali o'quvchi kombinatorik model tuzish, tanlov sonini baholash va turli stsenariylarni matematik strukturaga joylashtirishni o'rganadi. Bu esa fanning amaliy ahamiyatini ochib beradi.

Tahlil qilingan masalalar ko'rsatadiki, oddiy sinf muhitidan boshlab murakkab ijtimoiy, texnik va iqtisodiy tizimlargacha bo'lgan holatlarni matematik ifodaga keltirish, hisob-kitoblar asosida baholash va ularning sonli natijalarini olish mumkin. Bu metodika matematik modellashning boshlang'ich bosqichidir. O'quvchi har bir shartni puxta tahlil qilib, zarur kombinatorik formulani to'g'ri qo'llash orqali mantiqiy asoslangan va matematik jihatdan aniq echimga ega bo'ladi.

Ilniy jihatdan qaralganda, kombinatorik masalalar mantiqiy-deduktiv fikrlashni, algoritmik ketma-ketlikni, sonli mulohaza yuritishni va ehtimoliy tahlilga tayyorgarlikni shakllantiradi. Har bir o'rinlashtirish yoki gruppash yechimi, bir qarashda oddiy ko'ringan bo'lsa-da, unda kombinatorikaning asosiy g'oyalari - elementlar sonining chegaralanganligi, tanlovlar orasidagi tartib bog'liqligi, variantlar sonining eksponential o'sishi singari chuqur matematik tushunchalar mujassamdir.

Shuningdek, kombinatorika orqali ishlab chiqilgan metodlar zamonaviy fan va texnika rivojida muhim o'rin tutadi — xususan, kriptografiya, algoritmlar murakkabligini baholash,

sun'iy intellektda ehtimollik modellarini qurish, statistik namunalar bilan ishlash, resurslarni optimal taqsimlash va boshqa ko'plab sohalarda asosiy tahlil vositasi sifatida xizmat qiladi.

Masalalarning yechimi esa faqat sonli javoblar emas, balki matematik strukturalarni anglash, variantlarni baholash, va tanlovlar orqali optimal qarorga kelish singari fikrlash malakalarini mustahkamlaydi. Bu esa o'quvchining nafaqat fanga oid, balki hayotiy muammolarni ham matematik asosda tahlil qilishi, algoritmik va tizimli yondashuvi rivojlanishiga olib keladi.

Shunday qilib, maqolada keltirilgan masalalar faqat birlamchi o'rganish vositasi emas, balki kombinatorika orqali real muammolarni modellashtirish, variantlar sonini tahlil qilish, va optimallashtirish tamoyillarini shakllantirishda ilmiy-metodik asos vazifasini bajaradi. Bu esa kombinatorikaning ta'limdagi roli bilan birga, uning zamonaviy ilm-fan va texnologiyalar bilan uzviy aloqada ekanini tasdiqlaydi.

#### **FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR:**

9. Халимов С.А., Ашуров И.М. Diskret matematika. — Toshkent: O'zbekiston Respublikasi Fan va texnologiyalar agentligi, 2016. 225 bet
10. Нурматов У. Kombinatorika va ehtimollar nazariyasi asoslari. — Toshkent: Iqtisod-Moliya, 2019. 210 bet