

CHIZIQLI TIZIMLARNING MODAL XARAKTERISTIKALARI VA ULARNI ILDIZ
PORTRETLARI YORDAMIDA TAHLIL QILISH

Abdulayeva Dildora Anvarovna

*Navoiy davlat konchilik va texnologiyalar universiteti,
Oliy matematika va axborot texnologiyalari kafedrasi katta o'qituvchisi*

Annotatsiya: Maqolada holat matritsasining xos qiymatlari va xos vektorlari orqali ifodalangan chiziqli dinamik tizimlarning modal xarakteristikalarini ko'rib chiqiladi. Avtonom tizimlarni echish va ildiz portretlarini qurish uchun analitik yondashuv berilgan. Xarakteristik tenglamani hisoblash va uning ildizlarini tizimning barqarorligi va dinamikasi kontekstida izohlash misoli ham keltirilgan.

Kalit so'zlar: modal xarakteristikalar, xos qiymatlar, ildiz portreti, chiziqli sistema, barqarorlik, holat matritsasi, differensial tenglama.

Abstract: The article considers the modal characteristics of linear dynamic systems expressed by the eigenvalues and eigenvectors of the state matrix. An analytical approach is given to solving autonomous systems and constructing root portraits. An example of calculating the characteristic equation and interpreting its roots in the context of the stability and dynamics of the system is also given.

Key words: modal characteristics, eigenvalues, root portrait, linear system, stability, state matrix, differential equation.

Chiziqli dinamik tizimlarning modal xarakteristikalarini tahlil qilish ularning barqarorligini, vaqtinchalik jarayonlarini va umumiy xatti-harakatlarini tushunishda asosiy rol o'ynaydi. Modal xarakteristikalar tashqi ta'sirsiz tizimning ichki dinamikasini aks ettiradi, ya'ni tizimning erkin harakatlanishini tavsiflaydi. Ular davlat matritsasining xos qiymatlari va xos vektorlari bilan bevosita bog'liq[1-2].

Modal xarakteristikalar tizim harakatining erkin komponentiga mos keladi chiziqli obyektning yoki boshqacha qilib aytganda, avtonom tizimning xususiyatlarini aks ettiradi tenglama berilgan bo'lsin.

$$\dot{x} = Ax, \quad x \in R^n \quad (1)$$

Biz uning yechimini eksponensial ko'rinishda izlaymiz

$$x(t) = e^{\lambda t} \gamma \quad (2)$$

bu yerda $e^{\lambda t}$ – skalyar eksponenta, $\gamma = x(0)$ – boshlang'ich shartlar vektori.

(2) yechimni asl tenglamaga (1) almashtirib, almashtirishlardan so'ng quyidagi tenglamani olamiz.

$$[\lambda I - A]\gamma = 0. \quad (3)$$

(3) tenglamalar tizimi γ ga nisbatan nolga teng bo'lmagan yechimga ega bo'ladi, agar

$$\det[\lambda I - A] = 0$$

Tenglama (4) tizimning xarakteristik tenglamasi bo'lib, n ta ildizga ega $(\lambda_1, \dots, \lambda_n)$, ular A matritsaning xos qiymatlari deb ataladi. (3) ga xos qiymatlarni almashtirganda, biz quyidagi tenglikni olamiz.

$$(\lambda_i I - A)\gamma_i = 0 \quad (4)$$

(γ_i – vektorlar, $i = \overline{1, n}$).

Xususiy qiymatlar va xos vektorlar to'plami tizimning modal xususiyatlarini ifodalaydi.

(1) uchun faqat eksponensial yechimlar mavjud bo'lishi mumkin.

$$x_i(t) = e^{\lambda_i t} \gamma_i,$$

Bu modlar deb ataladi. Tizimning to'liq yechimi (1) modlarning chiziqli kombinatsiyasini ifodalaydi:

$$x(t) = \sum_{i=1}^n c_i e^{\lambda_i t} \gamma_i$$

Tizimning xarakteristik tenglamasini olish uchun

$$A(p) = \det(pI - A) = 0 \quad (5)$$

(5) ifodadan foydalanish mumkin, ya'ni uzatish matritsasining umumiy maxrajini (o'tkazish funksiyasi) nolga tenglashtirish mumkin[3-6].

Tizimning xususiyatlarini o'rganayotganda uning o'ziga xos qiymatlarini (qutblarini) murakkab tekislikdagi nuqtalar shaklida tasvirlash qulay. Xarakteristik tenglama ildizlarining bunday grafik tasviri tizimning ildiz portreti deb ataladi. Uning yordami bilan ba'zi hollarda chiziqli tizimlarda sodir bo'ladigan jarayonlarning sifat xususiyatlarini deyarli hisob-kitobsiz baholash mumkin.

Ta'siri quyidagi tenglamalar bilan tavsiflangan obyektning ildiz portretini chizing:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_1 + x_2 + u \\ \dot{x}_2 = 4x_1 + x_2 + 2u \\ y = x_1 \end{cases}$$

Obyektning matritsasini aniqlaymiz $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 4 & 1 \end{bmatrix}$ va xarakteristik tenglamasini yozamiz.

$$A(p) = \det(pI - A) = p^2 - 2p - 3 = 0$$

A matritsasining xos qiymatlari quyidagicha: $p_1 = -1, p_2 = 3$. Ular murakkab ildiz tekisligida nuqta sifatida tasvirlangan.

Modal xarakteristikalar chiziqli tizimlar tahlilining eng muhim elementidir. Xususiy qiymatlar spektri orqali tizimning dinamik harakatini raqamli modellashsiz bashorat qilish mumkin. Ildiz portretlaridan foydalanish ko'p o'lchovli tizimlarda barqarorlik va vaqtinchalik jarayonlarni tezkor sifatli baholash uchun kuchli vizual vositani ta'minlaydi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. Востриков А. С. Экстремальные и оптимальные системы автоматического управления: учеб. пособие / А. С. Востриков, Г. А. Французова. - Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2001.

2. Ким, Д. П. Теория автоматического управления. Линейные системы: учебник и практикум для академического бакалавриата / Д. П. Ким, - 3-е изд., испр. и доп. - М.: Издательство Юрайт, 2017.