MATRITSALAR NAZARIYASINING ZAMONAVIY FAN VA TEXNIKA SOHALARIDAGI AMALIY TATBIQLARI

Ismoilova Zamira Tuxtayevna
Navoiy davlat konchilik va texnologiyalar universiteti,
Oliy matematika va axborot texnologiyalari kafedrasi katta o'qituvchi

Annotatsiya. *Ushbu maqolada zamonaviy fan va texnikaning murakkab tizimlarini modellashtirishda matritsalar nazariyasining nazariy va amaliy ahamiyati yoritilgan. Matritsa chiziqli algebra fanining asosiy tushunchalaridan biri bo‘lib, u ko‘p o‘zgaruvchili tizimlar o‘rtasidagi bog‘liqliklarni strukturaviy tarzda ifodalash imkonini beradi. Maqolada matritsalar orqali chiziqli tenglamalar tizimlarini yechish, grafik transformatsiyalarni amalga oshirish, populyatsiyalar dinamikasini modellashtirish, elektr zanjirlarini tahlil qilish, hamda iqtisodiy tizimlarni Leontyev modeli asosida simulyatsiya qilish kabi real amaliy masalalar ko‘rib chiqilgan. Shuningdek, matritsaning teskari ko‘rinishi va u bilan bog‘liq algebraik tushunchalarning fizik, texnik va kompyuter fanlaridagi roli tahlil etilgan. Tadqiqot natijalari matritsalar nazariyasining nafaqat nazariy asosga, balki turli fanlararo amaliyotda keng qo‘llanilish imkoniyatiga ega universal vosita ekanligini tasdiqlaydi.*

Annotation. *This article explores the theoretical and practical significance of matrix theory in modeling complex systems in modern science and technology. A matrix, as one of the fundamental concepts in linear algebra, enables the structural representation of relationships among multivariable systems. The article examines real-world applications such as solving systems of linear equations, performing graphical transformations, modeling population dynamics, analyzing electrical circuits, and simulating economic systems based on the Leontief model using matrices. Additionally, the role of the inverse matrix and related algebraic concepts in physics, engineering, and computer science is analyzed. The findings confirm that matrix theory is not only grounded in solid theoretical foundations but also serves as a universal tool with wide applicability across various interdisciplinary fields.*

Kalit so'zlar: *Matritsa nazariyasi, chiziqli algebra, teskari matrisa, determinant, algebraik to‘ldiruvchi, chiziqli tenglamalar tizimi, Leontyev modeli, grafik transformatsiyalar, kompyuter grafikasi, elektr zanjirlar, Kirxgof qonunlari, populyatsiya dinamikasi, biologik modellashtirish, iqtisodiy modellashtirish, tarmoqlararo bog‘liqlik, sun'iy intellekt, mashinaviy o‘rganish, tasvirni qayta ishlash, raqamli texnologiyalar, neyron tarmoqlar, kriptografiya, modellashtirish, tizim tahlili, fizik tizimlar, texnik tizimlar, real vaqtli transformatsiyalar, axborot texnologiyalari, algoritmik tahlil.*

Keywords: *Matrix theory, linear algebra, inverse matrix, determinant, algebraic cofactor, system of linear equations, Leontief model, graphical transformations, computer graphics, electrical circuits, Kirchhoff's laws, population dynamics, biological modeling, economic modeling, intersectoral linkage, artificial intelligence, machine learning, image processing, digital technologies, neural networks, cryptography, modeling, system analysis, physical systems, technical systems, real-time transformations, information technology, algorithmic analysis.*

Fan va texnikaning jadal rivojlanishi natijasida murakkab tizimlar, modellar va hisoblash algoritmlarini ifodalash va tahlil qilishda chiziqli algebra vositalari, ayniqsa matritsa tushunchasi muhim o'rin egallamoqda. Matritsalar - bu ko'p o'zgaruvchili tizimlar orasidagi bog'liqliklarni tartibli va strukturaviy ifodalash imkonini beruvchi matematik vosita bo'lib, ular orqali chiziqli tenglamalar, transformatsiyalar, statistik modellar va boshqa ko'plab matematik tuzilmalar ifodalanadi.

Matritsa tushunchasining kuchli nazariy asosga egaligi, ularni real hayotdagi turli tizimlarga bevosita tatbiq etish imkonini yaratadi. Bugungi kunda matritsalar nafaqat nazariy matematikaning, balki fizika, muhandislik, informatika, iqtisodiyot, biologiya va hatto sotsiologiyaning asosiy modellashtirish vositalaridan biri sifatida maydonga chiqmoqda.

Matritsalar orqali chiziqli tenglamalar tizimini tahlil qilish, ma'lumotlarni kompyuterda avtomatlashtirilgan tarzda qayta ishlash, grafik transformatsiyalarni amalga oshirish, resurslar oqimini optimallashtirish, populyatsion o'sishni modellashtirish va boshqa ko'plab jarayonlarni samarali boshqarish mumkin. Ayniqsa, zamonaviy raqamli texnologiyalar bilan integratsiyalashgan holda, matritsalar yordamida algoritmik tahlil, neyron tarmoqlar va mashinaviy o'rganish tizimlari quriladi.

Masalan, muhandislik sohasida yuklamalar taqsimoti, issiqlik tarqalishi, elektr toki yo'nalishlari matritsali modellar orqali aniqlanadi. Iqtisodiyotda esa tarmoqlararo bog'liqliklar, ishlab chiqarish resurslari harakati va iste'mol strukturalari Leontyev modeli kabi matritsali yondashuvlar orqali ifodalanadi. Biologik sohalarda esa matritsalar populyatsiya dinamikasini o'rganishda, genetik algoritmlarni tuzishda keng qo'llaniladi.

Shuningdek, axborot texnologiyalarida ayniqsa grafikalar, tasvirlar va video ishlov berish, sun'iy intellekt, kriptografiya va kompyuter ko'rish tizimlarida matritsalar asosiy strukturaviy birlik sifatida xizmat qiladi. Bu esa, matritsalarni faqat nazariy konsepsiya emas, balki amaliyotda keng tatbiq etiladigan universal vosita sifatida talqin qilishga asos beradi.

Demak, matritsalar nazariyasi va ularning amaliy tatbiqlari zamonaviy fan-texnika taraqqiyotining barcha yo'nalishlarida markaziy o'rin tutadi. Ushbu maqolada matritsalar nazariyasining mohiyati, ularning real tizimlarga tatbiqi va zamonaviy texnologiyalar bilan o'zaro integratsiyasi haqida tahliliy fikrlar keltiriladi.

Matritsa bu elementlarining tartibli tuzilmasi orqali katta hajmdagi ma'lumotlar va ularning o'zaro bog'liqligini kompaktsiya holda ifodalovchi matematik struktura bo'lib, u real dunyo tizimlarida tez-tez uchraydi. Matritsalar yordamida chiziqli tenglamalar tizimi, fizik qonuniyatlar, iqtisodiy balans, biologik populyatsiyalar o'sishi, grafik transformatsiyalar va hatto kriptografik algoritmlar ifodalanadi. Ayniqsa, bugungi raqamli transformatsiya davrida matritsa tahlili sun'iy intellekt, mashinaviy o'rganish, tasvirlarni qayta ishlash kabi ilg'or sohalarning nazariy negizini tashkil etmoqda.

Ushbu maqolada matritsalar nazariyasining amaliy ahamiyati real muammolar misolida yoritiladi. Masalan, chiziqli tenglamalar tizimini yechish, iqtisodiy modellashtirish, texnik jarayonlar boshqaruvi yoki tasvirni transformatsiyalash kabi jarayonlarda matritsalarni qo'llash orqali qanday aniq yechimlar va qulayliklar hosil qilish mumkinligi ko'rsatib beriladi.

Maqolada keltiriladigan amaliy masalalar orqali matritsalar nazariyasining nafaqat nazariy asoslari, balki uning real hayotdagi yechimlardagi ishonchliligi, aniqligi va samaradorligi asoslanadi. Shuningdek, matritsalar yordamida har qanday murakkab tizimni modellashtirish, tahlil qilish va boshqarish imkoniyatlari mavjudligi o'z aksini topadi.

A kvadrat matrisa uchun $AB = BA = E$ birlik matrisa bo'lsa, B kvadrat matrisa A matrisaga teskari matrisa deyiladi. Odatda, A matrisaga teskari matrisa A^{-1} bilan belgilanadi.

Teorema: A kvadrat matrisa teskari matrisaga ega bo'lishi uchun A matrisaning determinanti 0 dan farqli bo'lishi zarur va yetarlidir. (Bu teoremani isbotsiz keltirdik, uning isbotini kengroq dasturli kurslardan topish mumkin, masalan, A kvadrat matrisa uchun $\det A \neq 0$ bo'lsa , unga teskari bo'lgan yagona matrisa A^{-1} mavjud.

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \cdots a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} \cdots a_{2n} \\ ---- & ---- \\ a_{n1} & a_{n2} \cdots a_{nn} \end{pmatrix}$$

matrisaga teskari A^{-1} matrisa

$$A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \begin{pmatrix} A_{11} & A_{21} \cdots A_{n1} \\ A_{12} & A_{22} \cdots A_{n2} \\ ---- & ---- \\ A_{1n} & A_{2n} \cdots A_{nn} \end{pmatrix}$$

formula bilan topiladi. Bunda A_{ij} mos ravishda a_{ij} elementlarning algebraik to'ldiruvchilari va $\Delta = \det A$. Teskari matrisani topishga misol qaraymiz.

Misol. Quyidagi matrisaga teskari matrisani toping.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 4 \\ 1 & 3 & 9 \end{pmatrix}$$

Yechish. Oldin A matrisaning determinantini hisoblaymiz:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 4 \\ 1 & 3 & 9 \end{vmatrix} = 18 + 4 + 3 - 2 - 12 - 9 = 2 \neq 0.$$

Yuqoridagi teoremaga asosan teskari matrisa mavjud, chunki $\Delta = 2 \neq 0$ ya'ni, berilgan matrisa maxsusmas matrisadir. A^{-1} ni topish uchun A matrisa hamma elementlarining algebraik to'ldiruvchilarini topamiz:

$$A_{11} = \begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 9 \end{vmatrix} = 6, \quad A_{12} = -\begin{vmatrix} 1 & 4 \\ 1 & 9 \end{vmatrix} = -5, \quad A_{13} = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} = 1,$$

$$A_{21} = -\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 9 \end{vmatrix} = -6, \quad A_{22} = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 9 \end{vmatrix} = 8,$$

$$A_{23} = -\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} = -2, \quad A_{31} = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 4 \end{vmatrix} = 2,$$

$$A_{32} = -\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 4 \end{vmatrix} = -3, \quad A_{33} = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = 1.$$

Teskari matrisani topish $A^{-1} = \frac{1}{\Delta}\begin{pmatrix} A_{11} & A_{21} & A_{31} \\ A_{12} & A_{22} & A_{32} \\ A_{13} & A_{23} & A_{33} \end{pmatrix}$ formulasiga asosan

$A^{-1} = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 6 & -6 & 2 \\ -5 & 8 & -3 \\ 1 & -2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & -3 & 1 \\ -2,5 & 4 & -1,5 \\ 0,5 & -1 & 0,5 \end{pmatrix}$ bo'ladi. A^{-1} teskari matrisaning to'g'ri topilganligini $AA^{-1} = A^{-1}A = E$ tenglikning bajarilishi bilan tekshirib ko'rish mumkin, haqiqatan ham, $AA^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 4 \\ 1 & 3 & 9 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 & -3 & 1 \\ -2.5 & 4 & -1.5 \\ 0.5 & -1 & 0.5 \end{pmatrix} =$

$$= \begin{pmatrix} 1\cdot3+1\cdot(-2.5)+1\cdot0.5 & 1\cdot(-3)+1\cdot4+1\cdot(-1) & 1\cdot1+1\cdot(-1.5)+1\cdot0.5 \\ 1\cdot3+2\cdot(-2.5)+4\cdot0.5 & 1\cdot(-3)+2\cdot4+4\cdot(-1) & 1\cdot1+2\cdot(-1.5)+4\cdot0.5 \\ 1\cdot3+3\cdot(-2.5)+9\cdot0.5 & 1\cdot(-3)+3\cdot4+9\cdot(-1) & 1\cdot1+3\cdot(-1.5)+9\cdot0.5 \end{pmatrix} = = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

ya'ni, $AA^{-1} = E$ birlik matrisa hosil bo'ladi, bu A^{-1} teskari matrisaning to'g'ri topilganligini isbotlaydi.

Masala. Bir mamlakatda uchta asosiy iqtisodiy tarmoq mavjud: energetika, metallurgiya va kimyo sanoati. Har bir tarmoq boshqa tarmoqlardan ma'lum miqdorda mahsulot iste'mol qiladi va yakuniy iste'mol uchun mahsulot yetkazib beradi. Tarmoqlar o'rtasidagi bog'liqlikni tahlil qilish orqali umumiy ishlab chiqarish hajmini aniqlash zarur. Tarmoqlararo bog'liqlik iste'mol koeffitsientlari matritsasi orqali ifodalanadi. Yakuniy iste'mol ma'lum. Umumiy ishlab chiqarish hajmi X vektorini topish uchun:

$$X = (E - A)^{-1} \cdot D$$

Tarmoqlararo mustahkamlik va qaramlikni aniqlash; modelni simulyatsiya qilish orqali ishlab chiqarish hajmidagi o'zgarishlarga sezuvchanlikni tahlil qilish va tahlil natijasida qaysi tarmoq "lokomotiv" rolini bajarayotganini aniqlashdan iborat.

Iqtisodiy modellashtirishda matritsalar tarmoqlararo ishlab chiqarish bog'liqliklarini aniqlash, resurslar taqsimotini optimallashtirish va iqtisodiy tizimning barqarorligini baholash imkonini beradi. Leontyev modeli kabi yondashuvlar matritsa asosida real sektorlarni tahlil qilishga imkon yaratadi.

Masala. Grafik transformatsiyalarni matritsa orqali boshqarish kompyuter grafikasi

1) Ob'yektni koordinata o'qiga nisbatan burish, cho'zish va surish zarur. Bu transformatsiyalar ketma-ket amalga oshirilishi va ularning umumiy ta'siri bitta transformatsiya matritsasi orqali ifodalanishi kerak.

2) Har bir geometrik o'zgarish rotation, scaling, translation mos transformatsiya matritsalari orqali ifodalanadi. Yakuniy o'zgarish umumiy ko'paytma sifatida olinadi.

Kompyuter grafikasi va raqamli texnologiyalar sohasida matritsa asosidagi transformatsiyalar obyektlar geometriyasini boshqarish, animatsiyalarni modellashtirish, vizual interfeyslar yaratish va ular ustida real vaqtli operatsiyalarni bajarishda hal qiluvchi rol o'ynaydi. Bu esa zamonaviy grafika dvijoklarida matritsalarni ajralmas bo'g'in sifatida mustahkamlaydi.

Transformatsiya matritsalari orqali harakatni modellashtirish; teskari matritsalar orqali ob’yektni asl holatga qaytarish algoritmini tahlil qilish; real-taymlik grafik tizimlarda bu amallarni optimallashtirish.

Masala. Populyatsiya o‘sishini matritsa modeli orqali bashorat qilish (biologiya)

1) Bir hayvon turi uchta yosh guruhiga ega: bolalar, yetuklar, va qariyalar. Har bir guruh o‘ziga xos tiriklik darajasi va tug‘ilish koeffitsientiga ega. Keyingi yillarda populyatsiyaning qanday o‘zgarishini bashorat qilish zarur.

2) Matritsasi yordamida har bir yosh guruhining o‘sish dinamikasi modellashtiriladi. Boshlang‘ich aholi soni vektor sifatida beriladi, keyingi holatlar L_n, P_0orqali aniqlanadi.

3) Populyatsiya barqarorligining shartlarini aniqlash.

4) Asosiy dominant qiymat orqali populyatsiyaning uzoq muddatli o‘sish sur’atini baholash.

5) Yashovchanlik darajasining populyatsiya tarkibiga ta’sirini o‘rganish.

Biologik tizimlarda, xususan populyatsiya dinamikasi modellarida, Leslie matritsasi kabi yondashuvlar turli yosh guruhlari o‘rtasidagi o‘zaro ta’sirni modellashtirib, uzoq muddatli o‘sish tendensiyalarini bashoratlashga xizmat qiladi. Bunday yondashuvlar ekologik barqarorlikni

Masala. Elektr zanjiridagi tok kuchini matritsa orqali hisoblash (fizika)

Elektr zanjirida bir nechta tarmoqlar mavjud bo‘lib, ular o‘zaro bog‘langan. Har bir tarmoqda qarshilik va kuchlanish mavjud. Tok kuchini aniqlash uchun Kirxgof qonunlari asosida chiziqli tenglamalar tizimi tuziladi.

Kirxgof qonunlari asosida tuzilgan chiziqli tenglamalar $AX = B$ ko‘rinishga keltiriladi. Bu yerda X –tok kuchlari vektori, qarshiliklar va bog‘lanishlar matritsasi.

Zanjirdagi toklarni aniqlash orqali issiqlik yo‘qotishlarini baholash;

Paralel va ketma-ket ulangan sxemalarni matritsali model orqali solishtirish;

Sistemani teskari matritsa yordamida yechish va analog simulyatsiya bilan tekshirish.

Matritsalar nazariyasi matematik modellashtirishning asosiy vositalaridan biri sifatida o‘zining nazariy va amaliy ahamiyatini to‘liq isbotlagan. U chiziqli algebra fanining asosiy bo‘limi sifatida ko‘p o‘zgaruvchili tizimlar orasidagi munosabatlarni ifodalashda, tartibga solishda va ularni boshqarishda mukammal matematik strukturani taklif etadi. Ayniqsa, bu nazariya murakkab fizik, texnik, iqtisodiy va biologik tizimlarning xatti-harakatini modellashtirishda,

Matritsaning teskari varianti, uning mavjudlik sharti, determinanti, algebraik to‘ldiruvchilari kabi tushunchalar esa yuqoridagi barcha sohalarda muhim hisoblash elementlari sifatida namoyon bo‘ladi. Ayniqsa, teskari matritsa orqali tenglamalarni yechish, ob'yekt holatini tiklash yoki sistemani qayta konstruksiya qilish muhim vazifalar sirasiga kiradi.

Shu asosda xulosa qilish mumkinki, matritsalar nazariyasi nafaqat abstrakt matematik tushuncha, balki real muammolarini chuqur va tizimli tarzda modellashtirishda universal vosita hisoblanadi. Ilm-fan va texnika taraqqiyotining har bir yangi bosqichida matritsalar nazariyasining roli ortib borayotganini hisobga olib, bu yo‘nalishdagi tadqiqotlarni chuqurlashtirish, amaliy masalalar bilan boyitish, va texnologiyalar bilan integratsiyalash muhim metodologik vazifa bo‘lib qoladi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR:

1. Sh.R.Xurramov Oliy matematika (masalalar to’plami, nazorat topshiriqlari) 1-qism: o'quv qo'llanma, “Fan va texnologiya” Toshkent-2015 - 408 bet.
2. Karimov E., Meliboyev A., Islomov B. Oliy matematika. 1-qism. Toshkent: “Fan va texnologiya”, 2016. - 432 bet
3. A.R.Xashimov, Sh.Sh.Bobadjanov, G.S.Xujaniyozova “Iqtisodchilar uchun matematika” Darslik, “Iqtisod-Moliya”, Toshkent-2019, 571 bet.