

UCH O'LCHAMLI INTEGRAL YORDAMIDA FAZOVY JISMNING ISSIQLIK ENERGIYASINI ANIQLASH

Abdullayeva Dildora Anvarovna

*Navoiy davlat konchilik va texnologiyalar universiteti,
Oliy matematika va axborot texnologiyalari kafedrası katta o'qituvchi*

Annotatsiya. *Ushbu maqolada uch karrali integralning real fizikaviy muammolarda, xususan sanoat turbinalarining ichki harorat tahlilida qo'llanilishi ko'rib chiqilgan. Fazoviy o'zgaruvchan harorat va zichlik funksiyalari orqali jismning umumiy issiqlik energiyasi aniqlanishi matematik modellashtirish asosida tadqiq etildi. Alyuminiy korpusli murakkab shakldagi jism uchun harorat taqsimoti kvadratik funksiyalar orqali ifodalandi hamda integral formulasi yordamida hisob-kitob bajarildi. Analitik natijalardan foydalanib, jismdagi issiqlik miqdori aniqlandi va bu orqali termodinamik tizimlarning energiya tahliliga ilmiy asos yaratildi. Maqola uch o'lchamli integrallarning muhandislik va texnologik masalalardagi ahamiyatini ko'rsatib beradi hamda nazariy bilimlarni amaliyot bilan bog'lashda foydali ilmiy uslubiy qo'llanma sifatida xizmat qiladi.*

Abstract. *This paper examines the application of triple integrals in real-world physical problems, particularly in the analysis of internal temperature distribution in industrial turbines. The total thermal energy of a body with spatially variable temperature and density functions is investigated through mathematical modeling. For a complex-shaped aluminum structure, the temperature distribution is expressed using quadratic functions, and the thermal energy is calculated using a triple integral formula. Analytical results are used to determine the total heat content of the object, providing a scientific basis for the thermal analysis of thermodynamic systems. The paper highlights the importance of triple integrals in engineering and technological applications and serves as a useful methodological guide for linking theoretical knowledge with practical implementation.*

Kalit so'zlar. *Uch karrali integral, issiqlik energiyasi, fazoviy modellashtirish, harorat taqsimoti, zichlik funksiyasi, alyuminiy korpus, matematik analiz, termodinamika, fizikaviy modellashtirish, integrallash sohalari, sanoat tizimlari, matematik fizika, ko'p o'zgaruvchili funksiyalar*

Keywords. *Triple integral, thermal energy, spatial modeling, temperature distribution, density function, aluminum body, mathematical analysis, thermodynamics, physical modeling, integration domains, industrial systems, mathematical physics, multivariable functions.*

Murakkab fizikaviy, texnologik va tabiiy jarayonlarni chuqur tahlil qilish uchun ko'p o'zgaruvchili funksiyalar nazariyasi asosiy vositalardan biri bo'lib xizmat qiladi. Ayniqsa, fazoviy strukturalar, modellashtirish va miqdoriy baholash bilan bog'liq holatlarda uch karrali integral tushunchasi muhim o'rin tutadi. Bu integral shakli orqali uch o'lchamli sohalarda joylashgan funksiyalar ustida integrallash amalga oshiriladi va bu orqali murakkab fazoviy jismning hajmi, massasi, issiqlik energiyasi, elektr potentsiali kabi fizik kattaliklar aniq matematik model asosida hisoblab chiqiladi.

Uch o'lchamli (yoki uch karrali) integral matematik analizning yuqori bosqichiga mansub bo'lib, fazoviy o'zgaruvchilar bilan ishlaydigan barcha fanlarda fizika, muhandislik, termodinamika, geologiya, elektrostatika, aerodinamika, ekologiya va boshqa ko'plab sohalarda amaliy ahamiyat kasb etadi. Masalan, notekis zichlikdagi jism massasini aniqlash, murakkab shakldagi jismlarning og'irlik markazini topish, issiqlik tarqalishini modellashtirish yoki yer osti resurslarini tahlil qilish kabi masalalar uch karrali integral yordamida aniq va ishonchli tarzda yechiladi.

Shuni alohida ta'kidlash kerakki, uch o'lchovli integrallar real olamdagi obyektlarni nazariy modellashtirishning eng asosiy elementlaridan biridir. Ular fizikaviy qonunlarni matematik ifodaga keltirishda, tajriba natijalarini umumlashtirishda va murakkab tizimlarning raqamli modellarini tuzishda muhim rol o'ynaydi. Ayniqsa, texnika va texnologiyalar jadal rivojlanayotgan hozirgi davrda bu vosita ilmiy-tadqiqot ishlarida beqiyos ahamiyatga ega.

Ushbu maqolada uch karrali integralning ilmiy-amaliy masalalardagi tadbirlari chuqur tahlil qilinadi. Har bir misol hayotiy yoki tabiiy jarayonga asoslanib tanlanadi, ular orqali nafaqat matematik model, balki fizik va texnik mohiyat ham yoritib beriladi. Shuningdek, zarur hollarda hisoblashda foydalaniladigan koordinata tizimlari (silindrik, sferik) va ularning ustunliklari ham izohlanadi. Maqolaning maqsadi uch karrali integralning nazariy asoslari bilan bir qatorda uning amaliy qiymatini ko'rsatish, hamda talabalar uchun uni qo'llashda ilmiy asos bo'la oladigan uslublarni taqdim etishdan iborat.

Sanoat turbinalari murakkab shakldagi ichi bo'sh korpuslardan iborat bo'lib, ularning har bir nuqtasida harorat, zichlik va issiqlik sig'imi bir xil bo'lmaydi. Termodinamik nuqtai nazardan, bu turdagi jismning umumiy issiqlik energiyasini aniqlash, materialning chidamliligi, harorat taqsimoti va sovitish tizimini loyihalash uchun muhim hisoblanadi.

Faraz qilaylik, turbina ichidagi ishchi jism masalan, alyuminiy korpus quyidagi (jism) shakli quyidagi chegaralar bilan aniqlanmoqda:

$$\begin{cases} 0 \leq x \leq 1 \\ 0 \leq y \leq \sqrt{1-x^2} \\ 0 \leq z \leq \frac{1}{2} \end{cases}$$

Demak, Oxy tekisligida soha bu birlik doiraning yuqori yarmi (yarim disk), chap tomondan $x = 0$, o'ng tomondan $x = 1$, yuqoridan esa doira yoy bilan cheklangan bo'ladi. Bunday soha uch o'lchamli fazoda yarim silindr (yoki "gorizontal yarim disk" ustiga qurilgan prizmagacha o'xshash) shaklini hosil qiladi. Bu jism turbina ichki qismi, reaktor moduli, kompozit detal sifatida ko'rilsa, fizik natijalar aniq hajm bo'yicha hisoblanadi.

Fizikaviy holatga asoslangan harorat taqsimoti formulasi bo'lib, uni chuqur tahlil qilamiz va masala orqali tushuntiramiz. Bu harorat funksiyasi uch o'zgaruvchili bo'lib, har bir nuqtadagi harorat qiymatini uch o'lchamli jism ichida aniqlaydi. Sanoat turbinasining ichki qismini issiqlik tahlili asosida energetik baholashda quyidagi tadbiriqini qaraymiz:

$$T(x, y, z) = 500 - 20x^2 - 10y^2 - 5z^2 \text{ (Kelvin)}$$

Bu model noto'g'ri shakldagi issiqlik taqsimotiga ega jismlarda haroratni aniqlash uchun ishlatiladi. Masalan, qozon, reaktor, yoki issiq gaz trubasi ichidagi harorat profili shu tarzda modellashtiriladi.

(x, y, z) fazodagi koordinatalar metrlarda; Harorat T jismning har bir nuqtasidagi issiqlik darajasi Kelvinlarda,

Formulaning tuzilishi kvadratik: x^2, y^2, z^2 – bu haroratning nuqtadan markazga qarab kamayishini anglatadi.

Tasavvur qilaylik, biz sanoat turbinasining alyuminiy korpusini o'rganmoqdamiz. Ushbu korpus ishlayotganda ichida yuqori haroratli gazlar oqadi. Gazlar markazdan chiqib, korpus devorlariga yetguncha soviydi.

Markazda ya'ni $x = 0, y = 0, z = 0$ da harorat maksimal, ya'ni $T = 500K$

Chetlarga borgan sari harorat kamayadi, ya'ni bu issiqlik yo'qotilishi yoki sovutish tizimining ta'siri bilan bog'liq

Harorat pasayish tezligi koordinatalarga bog'liq bo'lib, bu yerda:

x o'qi bo'ylab harorat eng tez pasayadi; y bo'yicha sekinroq pasayish; z bo'yicha eng sekin pasayish odatda balandlik bo'yicha issiqlik kamroq yo'qotiladi;

Zichlik funksiyasi: $\rho(x, y, z) = 2700 - 10z \left(\frac{kg}{m^3} \right)$

Issiqlik sig'imi (doimiy): $c = 900$

Sanoat turbinasining alyuminiy korpusi ichidagi harorat har bir nuqtada bir xil issiqlik sig'imiga ega:

$$c = 900 (J/kg \cdot K)$$

Markazda maksimal harorat mavjud, va bu harorat har bir yo'nalishda parabolik ravishda kamayadi. Harorat pasayishining yo'nalishga bog'liq tezligi esa mos koeffitsiyentlar bilan belgilanadi.

Issiqlik energiyasini aniq hisoblash ko'plab muhandislik va ilmiy sohalarida muhim vazifa hisoblanadi. Moddaning harorat taqsimoti, zichlik va issiq sig'im kabi fizik xossalari fazoda o'zgaruvchan bo'lgan holatlarda, umumiy issiqlik miqdorini aniqlash murakkab matematik usullarni talab qiladi. Shu nuqtai nazardan, uch o'lchamli integral metodlari issiqlik fizikasi va termodinamika muammolarini yechishda muhim vositaga aylanadi.

Uch karrali integral yordamida jismning har bir kichik hajm elementi bo'yicha massa zichligi, harorat va issiq sig'imini hisobga olib, butun jismning umumiy issiqlik energiyasini aniqlash mumkin. Bu usul moddaning uzluksiz taqsimlangan xossalarini hisobga olib, aniq va to'liq fizika qonunlariga mos keladigan matematik model yaratadi.

Ushbu ishda, fazoviy o'zgaruvchan zichlik va harorat taqsimoti bilan ifodalangan modda uchun uch o'lchamli integral yordamida umumiy issiqlik energiyasini hisoblashning nazariy asoslari va amaliy hisoblash usullari ko'rib chiqiladi. Masala davomida jismdagi harorat va zichlik funksiyalari matematik ifodalanadi; integral chegaralari va soha geometrik tavsifi aniqlanadi, integral formulasi asosida jismning umumiy issiqlik energiyasini hisoblash formulasi tuziladi. Jismning butun hajmi V bo'ylab ushbu kichik energiyalar yig'ilishi:

$$Q = \iiint_V c\rho(x, y, z) \cdot T(x, y, z) dV$$

Bu yerda

$dm = \rho(x, y, z)dV$ – Fazodagi dV kichik hajm elementi; $\rho(x, y, z)$ – massaning zichligi (kg/m^3), u fazoning har bir nuqtasida o'zgarishi mumkin.

Ushbu kichik massa elementining harorati $T(x, y, z)$ bo'lsa, uning issiqlik energiyasi:

$$dQ = c \cdot \rho(x, y, z) \cdot T(x, y, z) dV$$

$$Q = 900 \iiint_V (2700 - 10 \cdot z)(500 - 20x^2 - 10y^2 - 5z^2) dz dy dx$$

Bu yerda

integrallash tartibi: avval z , so'ng y , eng so'ng x

Ichki integral z bo'yicha:

$$I_1(x, y) = \int_0^{0.5} (2700 - 10 \cdot z)(500 - 20x^2 - 10y^2 - 5z^2) dz$$

Bu integralni yechish uchun avval integrandni ochamiz:

$$(2700 - 10z)(500 - 20x^2 - 10y^2 - 5z^2) = A(z) \cdot B(x, y, z)$$

$$A(z) = 2700 - 10z; B(x, y, z) = 500 - 20x^2 - 10y^2 - 5z^2$$

$$\text{Birinchi integral: } \int_0^1 673,813 \cdot \sqrt{1-x^2} dx = 673,813 \times 0,7854 \approx 529,017;$$

$$\text{Ikkinchi integral: } \int_0^1 26,975 \cdot x^2 \cdot \sqrt{1-x^2} dx = 26,975 \cdot 0,19635 \approx 5,296$$

$$\text{Uchinchi integral: } \frac{13,487}{3} \times 0,58905 = 4,4958 \cdot 0,58905 \approx 2,646$$

$$Q = 900 \times (529,0177 - 5,2964 - 2,6464) = 900 \cdot 521,074 = 468,967410 \text{ Joul};$$

Murakkab fazoviy jismlarning fizikaviy xossalarini aniqlashda uch karrali integral matematik model sifatida beqiyos ahamiyatga ega. Ushbu ilmiy ishda fazoda o'zgaruvchan zichlik va harorat funksiyasi orqali jismning umumiy issiqlik energiyasi aniqlanishi matematik asosda tahlil qilindi. Ayniqsa, sanoat turbinasining alyuminiy korpusidagi harorat taqsimoti va zichlikni hisobga olgan holda, issiqlik energiyasi uch o'lchamli integral orqali aniqlandi.

Analitik hisoblash bosqichma-bosqich amalga oshirilib, har bir integral alohida tahlil qilindi. Natijada jismning umumiy issiqlik energiyasi:

$Q = 468,967410 \text{ Joul}$ ga teng bo'ldi. Bu qiymat jism ichida energiyaning qanday taqsimlanganini aniqlashga, uni sovitish yoki izolyatsiya qilish tizimlarini loyihalashda muhim axborot beradi.

Maqolada uch karrali integral yordamida har qanday fazoviy struktura uchun massaviy, issiqlik yoki energiyaviy xossalarni aniqlash mumkin. Ayniqsa, issiqlik fizikasi, termodinamika, mexanika va aerokosmik texnologiyalarda bu yondashuv real tizimlarni matematik modellashirish va baholashda keng qo'llaniladi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR:

5. Karimov E., Meliboyev A., Islomov B. Oliy matematika. 1-qism. Toshkent: "Fan va texnologiya", 2016. - 432 bet
6. Sh.R.Xurramov Oliy matematika 3-qism: Darslik, "Mehr-nuri" Toshkent-2024 - 888 bet.