



QAYTMA TENGLAMALAR VA ULARNI YECHISH

Qurbonaliyeva Shoira Maxmanazarovna

*SamDCHTI akademik litseyi matematika fani bosh o'qituvchisi
shoiraqurbonaliyeva839@gmail.com*

Annotatsiya: Ushbu ilmiy maqola akademik litseylar chuqurlashtirilgan guruhlarining algebra va analiz asoslari darslarida yuqori darajali tenglamalardan qaytma tenglamalar va ularni yechish haqida nazariy bilim beradi. Shuningdek, matematika fanini bilish darajasini aniqlovchi Milliy sertifikat olish uchun mustaqil tayyorlanuvchilarga yaqindan yordam beradi.

Kalit so'zlar: tenglama, belgilash kiritish, o'rniga qo'yish

Qaytma tenglamalar va ularni yechish

Ta'rif: Chetki hadlaridan bir xil uzoqlikdagi hadlar koeffitsiyentlari teng $ax^4 + bx^3 + cx^2 + bx + a = 0$ ko'rinishdagi tenglama to'rtinchi darajali qaytma tenglama deyiladi. Bunday tenglamalarni yechish uchun uning ikkala qismini x^2 bo'lib, $ax^2 + bx + c + \frac{b}{x} + \frac{a}{x^2} = 0 \Rightarrow a\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) + b\left(x + \frac{1}{x}\right) + c = 0$ tenglamani hosil qilamiz. Bunda $x + \frac{1}{x} = t$ belgilash kiritib, t ga nisbatan

$a(t^2 - 2) + bt + c = 0$ kvadrat tenglamadan t_1 va t_2 ildizlarni topamiz. Bular $x + \frac{1}{x} = t_1$ va $x + \frac{1}{x} = t_2$ belgilashga qo'yiladi va berilgan tenglama ildizi topiladi.

1-misol. $x^4 - 3x^3 + 4x^2 - 3x + 1 = 0$ tenglamani yeching.

Yechilishi. $x^4 - 3x^3 + 4x^2 - 3x + 1 = 0$ tenglikning ikkala qismini x^2 bo'lamiz:

$$x^2 - 3x + 4 - \frac{3}{x} + \frac{1}{x^2} = 0 \Rightarrow \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) - 3\left(x + \frac{1}{x}\right) + 4 = 0 \quad (1)$$

Bundan $x + \frac{1}{x} = t$ va $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = t^2 \Rightarrow x^2 + 2x \cdot \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} = t^2 \Rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} = t^2 - 2$; larni (1) ga qo'yamiz. $t^2 - 2 - 3t + 4 = 0$ yoki $t^2 - 3t + 2 = 0$. Viyet teoremasiga ko'ra $t_1 = 1$, $t_2 = 2$. Endi topilgan qiymatlarni belgilashdagi t ning o'rniga qo'yamiz.

1) $x + \frac{1}{x} = 1$ tenglikning ikkala qismini x ga ko'paytiramiz: $x^2 + 1 = x \Rightarrow x^2 - x + 1 = 0$. Bu kvadrat tenglamada diskriminant $D = 1 - 4 = -3 < 0$ bo'lgani uchun yechimi yo'q.



2) $x + \frac{1}{x} = 2$ tenglikning ikkala qismini x ga ko'paytiramiz: $x^2 + 1 = 2x \Rightarrow x^2 - 2x + 1 = 0$. Bu kvadrat tenglamada tenglikning chap qismi qisqa ko'paytirish formulasiga ko'ra $(x - 1)^2 = 0$. Bundan $x = 1$ berilgan tenglamaning ildizi bo'ladi.

Javob: 1

2-misol. $4x^4 + 2x^3 + 3x^2 + x + 1 = 0$ tenglama ildizlarining yig'indisini toping.

Yechilishi. $4x^4 + 2x^3 + 3x^2 + x + 1 = 0 \quad /: x^2$

$$4x^2 + 2x + 3 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} = 0 \Rightarrow \left(4x^2 + \frac{1}{x^2}\right) + \left(2x + \frac{1}{x}\right) + 3 = 0 \quad (2)$$

Bundan

$$2x + \frac{1}{x} = t \quad \text{va} \quad \left(2x + \frac{1}{x}\right)^2 = t^2 \Rightarrow 4x^2 + 2 \cdot 2x \cdot \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} = t^2 \Rightarrow 4x^2 + \frac{1}{x^2} = t^2 - 4;$$

larni (2) ga qo'yamiz. Natijada $t^2 + t - 1 = 0$. Kvadrat tenglamaning ildizlar formulasiga ko'ra $t_1 = \frac{-1+\sqrt{5}}{2}$, $t_2 = \frac{-1-\sqrt{5}}{2}$. Endi topilgan qiymatlarni belgilashdagi t ning o'rniga qo'yamiz.

1) $2x + \frac{1}{x} = \frac{-1+\sqrt{5}}{2}$ tenglikning ikkala qismini x ga ko'paytiramiz:

$$x^2 + 1 = \frac{-1+\sqrt{5}}{2}x \Rightarrow x^2 - \frac{-1+\sqrt{5}}{2}x + 1 = 0. \quad \text{Bu kvadrat tenglamada}$$

$D = \left(\frac{-1+\sqrt{5}}{2}\right)^2 - 4 = \frac{3-\sqrt{5}-8}{2} = \frac{-\sqrt{5}-5}{2} < 0$ bo'lgani uchun tenglama yechimga ega emas.

2) $2x + \frac{1}{x} = \frac{-1-\sqrt{5}}{2}$ tenglikning ikkala qismini x ga ko'paytiramiz:

$$x^2 + 1 = \frac{-1-\sqrt{5}}{2}x \Rightarrow x^2 - \frac{-1-\sqrt{5}}{2}x + 1 = 0.$$

$2x^2 - (1 + \sqrt{5})x + 2 = 0$ Bu kvadrat tenglamada diskriminant

$D = (1 + \sqrt{5})^2 - 4 = 6 + 2\sqrt{5} - 4 = 2\sqrt{5} + 2 > 0$ bo'lgani uchun tenglama ikkita ildizga ega bo'ladi. Ya'ni

$$x_1 = \frac{(1+\sqrt{5})+\sqrt{2\sqrt{5}+2}}{4} \quad \text{va} \quad x_2 = \frac{(1+\sqrt{5})-\sqrt{2\sqrt{5}+2}}{4}. \quad \text{Masala shartiga ko'ra ildizlar}$$

yig'indisini topamiz:

$$x_1 + x_2 = \frac{(1+\sqrt{5})+\sqrt{2\sqrt{5}+2}}{4} + \frac{(1+\sqrt{5})-\sqrt{2\sqrt{5}+2}}{4} = \frac{2(\sqrt{5}+1)}{4} = \frac{\sqrt{5}+1}{2}$$

Javob: $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$

3-misol. $2x^4 + 3x^3 - 13x^2 - 6x + 8 = 0$ tenglama ildizlarining ko'paytmasini toping.

Yechilishi. $2x^4 + 3x^3 - 13x^2 - 6x + 8 = 0$ tenglikning ikkala qismini x^2 bo'lamiz:



$$2x^2 + 3x - 13 - \frac{6}{x} + \frac{8}{x^2} = 0 \Rightarrow 2 \cdot \left(x^2 + \frac{4}{x^2}\right) + 3 \cdot \left(x - \frac{2}{x}\right) - 13 = 0 \quad (3)$$

Bundan

$$x - \frac{2}{x} = t \quad \text{va} \quad \left(x - \frac{2}{x}\right)^2 = t^2 \Rightarrow x^2 - 2 \cdot x \cdot \frac{2}{x} + \frac{4}{x^2} = t^2 \Rightarrow x^2 + \frac{4}{x^2} = t^2 + 4 \text{ larni}$$

(3) ga qo'yamiz. Natijada $2t^2 + 3t - 5 = 0$. Kvadrat tenglamaning ildizlar formulasiga ko'ra $t_1 = \frac{-3+\sqrt{49}}{4} = 1$, $t_2 = \frac{-3-\sqrt{49}}{4} = -\frac{5}{2}$. Endi topilgan qiymatlarni belgilashdagi t ning o'rniga qo'yamiz.

$$1) x - \frac{2}{x} = 1 \quad / \cdot x \Rightarrow x^2 - 2 = x \Rightarrow x^2 - x - 2 = 0 \quad \text{Viyet teoremasiga ko'ra} \\ x_1 \cdot x_2 = -2$$

$$2) x - \frac{2}{x} = -\frac{5}{2} \quad / \cdot x \Rightarrow x^2 + \frac{5}{2}x - 1 = 0 \quad \text{Viyet teoremasiga ko'ra} \\ x_3 \cdot x_4 = -1$$

Masala shartiga ko'ra ildizlar ko'paytmasini topamiz:

$$x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_4 = 2$$

Javob:2

O'zingizni sinab ko'ring,

1. $2x^4 - 4x^3 + 2x^2 - 4x + 2 = 0$ tenglamani yeching.

2. $3x^4 - 2x^3 + x^2 - 6x + 27 = 0$ tenglama ildizlarining ko'paytmasini toping.

3. $x^4 + 5x^3 + 2x^2 + 5x + 1 = 0$ tenglamaning barcha haqiqiy ildizlarini toping.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR:

1. J.Husanov, X.A.Nasimov, N.B.Shamsiddinov, M.Do'stmurodov, "Algebra", akademik litseylar uchun darslik, I qism, Toshkent-2023

2. A.U. Abduxamidov, H.A.Nasimov, U.M.Nosirov "Algebra va analiz asoslari" I- qism. Toshkent "O'qituvchi" - 2017 yil

3. A.U. Abduxamidov, H.A.Nasimov, U.M.Nosirov "Algebra va analiz asoslaridan masalalar to'plami", Toshkent "O'qituvchi" - 2017 yil