



MURAKKAB KASR-RATSIONAL TENGLAMALAR VA ULARNI YECHISH

Qurbonaliyeva Shoira Maxmanazarovna*SamDCHTI akademik litseyi matematika fani bosh o'qituvchisi
shoiraqurbonaliyeva839@gmail.com*

Annotatsiya: Ushbu ilmiy maqola akademik litseylar chuqurlashtirilgan guruhlarining algebra va analiz asoslari darslarida murakkab kasr-ratsional tenglamalar va ularni yechish haqida nazariy bilim beradi. Shuningdek, matematika fanini bilish darajasini aniqlovchi Milliy sertifikat olish uchun mustaqil tayyorlanuvchilarga yaqindan yordam beradi.

Kalit so'zlar: tenglama, tenglamaning aniqlanish sohasi, belgilash kiritish, o'rniga qo'yish

Kasr-ratsional tenglamalar va ularni yechish

Ta'rif: $\frac{P(x)}{Q(x)} = 0$ ko'rinishidagi tenglamalar kasr-ratsional tenglamalar deb

aytiladi. Kasr-ratsional tenglamalarning qabul qilishi mumkin bo'lgan qiymatlari to'plami (aniqlanish sohasi) $A = \{x/Q(x) \neq 0\}$ bo'ladi. Kasr-ratsional

tenglamalarni yechish quyidagi sistemani ishlash bilan teng kuchli:
$$\begin{cases} P(x) = 0, \\ Q(x) \neq 0. \end{cases}$$

1-misol. $\frac{x}{x^2-x+1} - \frac{2x}{x^2+x+1} = -\frac{1}{12}$ tenglama nechta haqiqiy ildizga ega?

Yechilishi. Bu tenglamaning aniqlanish sohasi

$A = \{x/ x^2 - x + 1 \neq 0, x^2 + x + 1 \neq 0\}$.

$x = 0$ tenglamaning ildizi bo'la olmasligini tekshirib ko'ramiz va $x \neq 0$ deb qarab, tenglamada shakl almashtirish bajaramiz:

$\frac{1}{\frac{x^2-x+1}{x}} - \frac{2}{\frac{x^2+x+1}{x}} = -\frac{1}{12} \Rightarrow \frac{1}{x-1+\frac{1}{x}} - \frac{2}{x+1+\frac{1}{x}} = -\frac{1}{12} \Rightarrow \frac{1}{x+\frac{1}{x}-1} - \frac{2}{x+\frac{1}{x}+1} = -\frac{1}{12}$. Endi

$x + \frac{1}{x} = t$ belgilash kiritamiz. Natijada tenglama $\frac{1}{t-1} - \frac{2}{t+1} = -\frac{1}{12}$ ko'rinishni oladi.

Bu tenglamani yechib, $t_1 = 5$, $t_2 = 7$ ildizlarni topamiz. Topilgan ildizlarni belgilashga qo'yib, $x + \frac{1}{x} = 5$ va $x + \frac{1}{x} = 7$ tenglamalar mos ravishda $x^2 - 5x + 1 = 0$ va $x^2 - 7x + 1 = 0$ kabi kvadrat tenglamalarga keladi. O'z navbatida bu kvadrat tenglamalar diskriminanti musbat son ekanligidan berilgan tenglama 4 ta haqiqiy ildizga ega ekanligini ko'rish mumkin.

Javob: 4

2-misol. $\frac{3x^2-1}{x} + \frac{3x}{3x^2-x-1} = -3$ tenglamaning haqiqiy ildizlari yig'indisini toping.



Yechilishi. Tenglamaning aniqlanish sohasi $A = \{x/x \neq 0, 3x^2 - x - 1 \neq 0\}$.

Tenglamada shakl almashtirishlar bajaramiz:

$$\frac{3x^2-1}{x} + \frac{3x}{3x^2-x-1} = -3 \Rightarrow \frac{3x^2-1}{x} + \frac{3}{\frac{3x^2-x-1}{x}} = -3 \Rightarrow \frac{3x^2-1}{x} + \frac{3}{\frac{3x^2-1}{x}-1} = -3. \text{ Endi}$$

$\frac{3x^2-1}{x} = t$ belgilashni kiritamiz. Natijada $t + \frac{3}{t-1} = -3$ tenglama hosil bo'ladi. Bundan $t^2 + 2t = 0$ kvadrat tenglamaga kelimiz: $t_1 = 0$, $t_2 = -2$. Bu qiymatlarni belgilashga qo'yamiz:

$$1) \frac{3x^2-1}{x} = 0 \Rightarrow 3x^2 - 1 = 0 \Rightarrow x_1 = \frac{1}{\sqrt{3}}, x_2 = -\frac{1}{\sqrt{3}};$$

2) $\frac{3x^2-1}{x} = -2 \Rightarrow 3x^2 - 1 = -2x \Rightarrow 3x^2 + 2x - 1 = 0$. Tenglikni ikkala qismini 3 ga bo'lib, keltirilgan kvadrat tenglamadan Viyet teoremasiga asosan $x_3 + x_4 = -\frac{2}{3}$. Shunday qilib, berilgan tenglama 4 ta haqiqiy ildizga ega va ularning yig'indisi $-\frac{2}{3}$ ga teng ekan.

Javob: $-\frac{2}{3}$

3-misol. $\frac{x^2-x+2}{x} + \frac{x^4+x^2+4}{x^2} = 8$ tenglamani yeching.

Yechilishi. Tenglamaning aniqlanish sohasi $A = \{x/x \neq 0\}$.

Tenglamani yechishda quyidagicha shakl almashtiramiz:

$$x - 1 + \frac{2}{x} + x^2 + 1 + \frac{4}{x^2} = 8 \Rightarrow x^2 + \frac{4}{x^2} + x + \frac{2}{x} = 8 \quad (1)$$

Bunda $x + \frac{2}{x} = t$ belgilash kiritamiz va $\left(x + \frac{2}{x}\right)^2 = t^2 \Rightarrow x^2 + 2 \cdot x \cdot \frac{2}{x} + \frac{4}{x^2} = t^2 \Rightarrow x^2 + \frac{4}{x^2} = t^2 - 4$ larni (1) ga qo'yamiz. Natijada $t^2 + t - 12 = 0$. Kvadrat tenglamaning ildizlar formulasiga ko'ra $t_1 = -4$, $t_2 = 3$. Endi topilgan qiymatlarni belgilashdagi t ning o'rniga qo'yamiz.

$$1) x + \frac{2}{x} = -4 \Rightarrow x^2 + 4x + 2 = 0 \Rightarrow x_1 = -2 + \sqrt{2}, x_2 = -2 - \sqrt{2}.$$

2) $x + \frac{2}{x} = 3 \Rightarrow x^2 - 3x + 2 = 0 \Rightarrow x_3 = 1, x_4 = 2$. Topilgan har to'rtala yechim tenglamaning aniqlanish sohasiga kiradi.

Javob: $x_1 = -2 + \sqrt{2}, x_2 = -2 - \sqrt{2}, x_3 = 1, x_4 = 2$.

4-misol. $\frac{x}{x^2-6} + \frac{x^2}{x-6} + 2 = 0$ tenglamani yeching.

Yechilishi. Tenglamaning aniqlanish sohasi $A = \{x/x-6 \neq 0, x^2-6 \neq 0\}$.

Tenglamani yechish uchun qo'shiluvchilarni guruhlaymiz:

$$\frac{x}{x^2-6} + 1 + \frac{x^2}{x-6} + 1 = 0 \Rightarrow \frac{x^2+x-6}{x^2-6} + \frac{x^2+x-6}{x-6} = 0. \text{ Endi suratdagi umumiy}$$

ko'paytuvchini qavsdan tashqariga chiqaramiz:



$(x^2 + x - 6) \cdot \left(\frac{1}{x^2-6} + \frac{1}{x-6}\right) = 0$. Ko'paytuvchilarni alohida nolga tenglab yechamiz: 1) $x^2 + x - 6 = 0 \Rightarrow x_1 = -3, x_2 = 2$;

$$2) \frac{1}{x^2-6} + \frac{1}{x-6} = 0 \Rightarrow \frac{x-6+x^2-6}{(x^2-6)(x-6)} = 0 \Rightarrow x^2 + x - 12 = 0 \Rightarrow x_3 = -4, x_4 = 3 ;$$

Javob: $x_1 = -3, x_2 = 2, x_3 = -4, x_4 = 3$.

O'zingizni sinab ko'ring.

1. $\frac{3x}{x^2-4x+1} - \frac{2x}{x^2+x+1} = \frac{8}{3}$ tenglama ildizlarining ko'paytmasini toping.

2. $\frac{x^2}{x-4} + 2\frac{x}{x^2-4} = -3$ tenglamani yeching.

3. $\frac{3x^2-1}{x} + \frac{5x}{3x^2-x-1} = 7$ tenglamaning haqiqiy ildizlari yig'indisini toping.

4. $x^2 + \frac{4x^2}{(x+2)^2} = 5$ tenglamaning haqiqiy yechimlari nechta?

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR:

3. J.Husanov, X.A.Nasimov, N.B.Shamsiddinov, M.Do'stmurodov, "Algebra", akademik litseylar uchun darslik, I qism, Toshkent-2023

4. A.U. Abduxamidov, H.A.Nasimov, U.M.Nosirov "Algebra va analiz asoslari" I- qism. Toshkent "O'qituvchi" - 2017 yil

3. A.U. Abduxamidov, H.A.Nasimov, U.M.Nosirov "Algebra va analiz asoslaridan masalalar to'plami", Toshkent "O'qituvchi" - 2017 yil