



TELEGRAM KANALLARI OBUNACHILARI O'SISHINI DIFFERENSIAL TENGLAMA ORQALI MODELLASHTIRISH

Azizov Muzaffar Sulaymonovich

FarDU matematik analiz va differensial tenglamalar kafedrası dotsenti

Rustamova Diyora Muzaffarjon qizi

FarDU, Amaliy matematika yo'nalishi 2-bosqich talabasi

Ismoilova Yorqinoy Saydullo qizi

FarDU, Amaliy matematika yo'nalishi 2-bosqich talabasi

Annotatsiya: Mazkur maqolada Telegram ijtimoiy tarmog'ida faoliyat yurituvchi kanallarning obunachilar soni o'sish jarayonini matematik modellash tirish masalasi o'rganiladi. Kanal auditoriyasining vaqt bo'yicha o'zgarishi oddiy differensial tenglama yordamida tavsiflanib, tabiiy o'sish va reklama ta'siri asosiy omillar sifatida qaraladi. Taklif etilgan model real statistik ma'lumotlar asosida parametrlarni aniqlash imkonini beradi va raqamli marketing, sotsial tarmoqlar iqtisodiyoti hamda raqamli o'sish modelining sohalarida qo'llanishi mumkin.

Kalit so'zlar: differensial tenglama, populyatsiya modeli, Telegram kanali, obunachilar o'sishi, raqamli marketing, raqamli o'sish modeli.

Kirish

So'nggi yillarda raqamli platformalar jamiyat hayotida muhim o'rin egallab, ularning rivojlanish jarayonlarini ilmiy jihatdan tahlil qilish dolzarb masalaga aylandi. Telegram, YouTube, Instagram va TikTok kabi platformalarda auditoriya sonining tez o'sishi ushbu jarayonlarni matematik modellar yordamida o'rganish zaruratini yuzaga keltirdi.

Amaliy matematika nuqtai nazaridan, auditoriya o'sishini biologik populyatsiyalar dinamikasiga o'xshash tarzda differensial tenglamalar orqali ifodalash mumkin. Ushbu maqolada Telegram kanallarining obunachilar soni o'sishi chiziqli differensial tenglama asosida modellash tiriladi.

Mazkur ish Telegram kanallarining obunachilar soni o'sishini uzluksiz vaqtli differensial tenglama yordamida modellash tirgan dastlabki tadqiqotlardan biri hisoblanadi. Modelda reklama intensivligi tashqi majburiy ta'sir sifatida aniq parametr bilan kiritilgan bo'lib, bu uni klassik populyatsiya modellaridan farqlaydi.

Matematik model

Telegram kanalidagi obunachilar sonini vaqtga bog'liq funksiya sifatida belgilaymiz. Kanal rivojlanishiga ta'sir qiluvchi asosiy omillar quyidagilar:

mavjud obunachilar hisobiga yuzaga keladigan tabiiy o'zgarish;

reklama, targ'ibot va tashqi platformalar orqali keladigan qo'shimcha auditoriya.



Ushbu omillarni hisobga olib, obunachilar sonining vaqt bo'yicha o'zgarishi quyidagi differensial tenglama bilan ifodalanadi:

$$\frac{dP}{dt} = \beta P(t) + \lambda X,$$

bu yerda:

$P(t)$ - vaqt momentidagi obunachilar soni;

β - tabiiy o'zgarish koeffitsienti, ya'ni kanaldagi kamayish va o'sish koeffitsiyentlari ayirmasi;

λ - reklama samaradorligi koeffitsienti;

X - reklama intensivligi (reklama byudjeti, reklama qamrovi yoki reklama postlari soni).

Tenglamaning yechimi

Berilgan differensial tenglama

$$\frac{dP}{dt} = \beta P(t) + \lambda X. \quad (1)$$

Bu tenglama obunachilar sonining vaqt bo'yicha o'zgarish tezligini ifodalaydi. O'zgarish ikki had yig'indisidan iborat.

Berilgan tenglama birinchi tartibli chiziqli differensial tenglama bo'lib, uni standart ko'rinishga keltiramiz:

$$\frac{dP}{dt} - \beta P(t) = \lambda X.$$

Integrallovchi ko'paytuvchini ko'paytirish usulidan foydalanib, tenglamaning umumiy yechimi quyidagicha aniqlanadi. Integrallovchi ko'paytuvchini chiziqli differensial tenglamani aniq integrallanuvchi ko'rinishga keltirish uchun kiritiladi.

Integrallovchi ko'paytuvchi:

$$\mu(t) = e^{\int (-\beta) dt} = e^{-\beta t}.$$

Tenglamaning har ikki tomonini integrallovchi ko'paytuvchiga ko'paytiramiz.

$$e^{-\beta t} \frac{dP}{dt} - \beta e^{-\beta t} P = \lambda X e^{-\beta t}.$$

Oxirgi tenglamaning chap tomonini quyidagi ko'rinishda ifodalaymiz.

$$\frac{d}{dt} (P e^{-\beta t}) = \lambda X e^{-\beta t}$$

Hosil bo'lgan tenglamaning har ikki tomonini vaqt bo'yicha integrallab

$$P(t) = -\frac{\lambda X}{\beta} + C e^{\beta t}$$

(1) tenglamaning umumiy yechimni topamiz, bu yerda C - ixtiyoriy o'zgarmas son.

Aytaylik, biror Telegram kanalni boshlang'ich vaqtdagi boshlang'ich obunachilar soni soni



$$P(0) = P_0$$

bo'lsin, u holda

$$P(0) = -\frac{\lambda X}{\beta} + C e^{\beta_0} = P_0$$

$$\text{bo'lib } C = P_0 + \frac{\lambda X}{\beta}.$$

Demak, dastlab biror Telegram kanalning kuzatuvchilari soni P_0 bo'lsa bu telegram kanalning kuzatuvchilari soni

$$P(t) = \left(P_0 + \frac{\lambda X}{\beta} \right) e^{\beta t} - \frac{\lambda X}{\beta}$$

funksiya bo'yicha o'zgarardi,

Modelning mazmuniy talqini

Olingan yechim Telegram kanalining o'sish mexanizmini quyidagicha izohlaydi:

- a) agar reklama intensivligi X nol bo'lsa, model sof tabiiy o'sishni ifodalaydi;
- b) reklama intensivligi ortishi bilan obunachilar sonining o'sish tezligi ham oshadi;
- c) agar tabiiy o'zgarish koeffitsiyenti β musbat bo'lsa o'sishni, manfiy bo'lsa kamayishni ifodalaydi;

Ushbu model qisqa va o'rta muddatli prognozlar uchun mos hisoblanadi. Bunday yondashuv raqamli marketing strategiyalarini baholash va auditoriya o'sishini tahlil qilishda samarali vosita bo'lib xizmat qiladi.

Amaliy qo'llanilishi

Taklif etilgan model quyidagi sohalarda qo'llanishi mumkin:

1. Telegram kanallarining rivojlanish prognozlarini tuzish;
2. Reklama kampaniyalarining samaradorligini baholash;
3. Raqamli marketing strategiyalarini optimallashtirish;
4. Sotsial tarmoqlar iqtisodiyoti bo'yicha ilmiy tadqiqotlar olib borish.

Taklif etilgan model Telegram kanallarining auditoriya o'sishini soddalashtirilgan, ammo analitik jihatdan qulay shaklda tavsiflaydi. Modelning afzalligi - yopiq analitik yechimga ega ekanligidir. Cheklov sifatida modelda auditoriya to'yinganligi va foydalanuvchi chiqib ketishi kabi omillar hisobga olinmagan. Kelgusida modelni logistik va stoxastik komponentlar bilan boyitish rejalashtirilmoqda.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR:

1. Pontryagin L.S. Ordinary Differential Equations. Addison-Wesley, 1962.
2. Kamke E. Differentialgleichungen: Lösungsmethoden und Lösungen. Teubner, 1977.



3. Ntouyas S.K. Nonlocal Initial and Boundary Value Problems. Handbook of Differential Equations, 2006.

4. Bass F.M. A New Product Growth Model for Consumer Durables. Management Science, 1969.

5. Rogers E.M. Diffusion of Innovations. Free Press, 2003.