



MURAKKAB MATEMATIK MASALALAR VA ULARNING YECHIMLARI

Qurbonaliyeva Shoira Maxmanazarovna

SamDCHTI akademik litseyi matematika fani bosh o'qituvchisi

Annotatsiya: Ushbu maqolada murakkab matematik masalalarni yechishning nazariy asoslari, samarali metodlari hamda o'quvchilarning mantiqiy tafakkurini rivojlantirish- dagi ahamiyati yoritiladi.

Kalit so'zlar: murakkab masalalar, algebra, geometriya, trigonometriya, olimpiada, matematik modellashtirish, metodika.

KIRISH

Murakkab matematik masalalar matematik tafakkurni rivojlantirishda muhim o'rin tutadi. Bunday masalalarni yechish jarayonida turli bo'limlar o'rtasidagi bog'lanishlardan foydalaniladi.

Asosiy qism

Murakkab masalalarni yechishda quyidagi metodlar samarali hisoblanadi:

- Algebraik almashtirish;
- Geometrik talqin;
- Matematik induksiya;
- Invariant va monovariantlar usuli;
- Ekstremal elementlar usuli;
- Trigonometrik almashtirishlar.

Har bir metod masalaning shartiga qarab tanlanadi va ayrim hollarda bir nechta metod birgalikda qo'llaniladi.

Namunali masalalar

1-masala. Ushbu $x^2 - y^2 = 2010$ tenglamaning butun yechimlarini toping.

Yechimi: Berilgan tenglamaning chap qismini ko'paytuvchilarga ajratamiz:

$$(x - y)(x + y) = 2010$$

2010 sonini esa tub ko'paytuvchilarga ajratamiz: $2010 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 67$.

Faraz qilaylik, $2010 = m \cdot n$ (m, n lar butun sonlar) va

$$\begin{cases} x - y = m \\ x + y = n \end{cases} \text{ bo'lsin.}$$

Tengliklarni qo'shsak, $2x = m + n$ bo'ladi. Bu tenglik $(m + n)$ ifodaning 2 ga karrali bo'lishini talab etadi. Buning uchun m va n larning har biri 2 ga karrali bo'lishi yoki ikkalasi ham 2ga bo'linmasligi kerak. Tenglamaning o'ng qismini esa bunday shart bo'yicha guruhlab bo'lmaydi, ya'ni m va n lardan bittasi 2ga karrali (ko'paytmadagi 2 ning hisobiga). Demak, berilgan tenglama butun sonlarda yechimga ega emas. Ayirganda ham shu holat kuzatiladi.

Javob: tenglama butun yechimga ega emas.

2-masala.



$$\begin{cases} x - \sqrt{y} = 1 \\ y - \sqrt{z} = 1 \\ z - \sqrt{x} = 1 \end{cases} \text{ tenglamalar sistemasini yeching.}$$

Yechimi: Sistema ko'rinishini o'zgartiramiz:

$$\begin{cases} z = \sqrt{x} + 1 \\ x = \sqrt{y} + 1 \\ y = \sqrt{z} + 1 \end{cases}$$

$f(x) = \sqrt{x} + 1$ funksiya tuzamiz. Agar $f(x)$ funksiya doimo o'suvchi bo'lsa, u holda $f(f(f(f...f(x)))) = f(x)$ munosabat o'rinli bo'ladi.

Ravshanki, biz olgan $f(x)$ funksiya har doim o'suvchi. Demak, $f(f(x)) = f(x)$ munosabatga ko'ra

$$\sqrt{1 + \sqrt{x}} + 1 = \sqrt{x} + 1 \quad \text{bo'ladi.}$$

$$\sqrt{1 + \sqrt{x}} = \sqrt{x}, \quad \text{kvatratga ko'tarsak:}$$

$$x - \sqrt{x} - 1 = 0 \quad \text{bo'ladi.}$$

Bu tenglamaning ildizlarini topish qiyin emas.

$x > 0$ ekanidan $x = \frac{3 + \sqrt{5}}{2}$ natijani olamiz. Sistemaning qolgan tenglamalari uchun

shu xilda mulohaza yuritsak, ular uchun ham xuddi shunday natijalarni olamiz.

Demak, javob $\left(\frac{3 + \sqrt{5}}{2}; \frac{3 + \sqrt{5}}{2}; \frac{3 + \sqrt{5}}{2} \right)$ bo'ladi.

$$\text{Javob: } \left(\frac{3 + \sqrt{5}}{2}; \frac{3 + \sqrt{5}}{2}; \frac{3 + \sqrt{5}}{2} \right)$$

3-masala. $\sqrt{x + 2 + 3\sqrt{2x - 5}} + \sqrt{x - 2 - \sqrt{2x - 5}} = 2\sqrt{2}$ tenglamani yeching.

Yechimi: Tenglikning ikkala qismini $\sqrt{2}$ ga ko'paytiramiz:

$$\sqrt{2x + 4 + 6\sqrt{2x - 5}} + \sqrt{2x - 4 - 2\sqrt{2x - 5}} = 4$$

Ildiz belgisi ostidagi ifodani quyidagicha shakl almashtiramiz:

$$\sqrt{2x - 5 + 2 \cdot 3 \cdot \sqrt{2x - 5} + 9} + \sqrt{2x - 5 - 2 \cdot \sqrt{2x - 5} \cdot 1 + 1} = 4.$$

Bundan

$$|\sqrt{2x - 5} + 3| + |\sqrt{2x - 5} - 1| = 4$$

a) agar $\sqrt{2x - 5} - 1 \geq 0$, ($x \geq 3$) bo'lsa,

$$\sqrt{2x - 5} + 3 + \sqrt{2x - 5} - 1 = 4$$

$$2\sqrt{2x - 5} = 2$$

$$2x - 5 = 1,$$

$$x = 3$$

b) agar $\sqrt{2x - 5} - 1 \leq 0$, ($x \leq 3$) bo'lsa,

$$\sqrt{2x - 5} + 3 + 1 - \sqrt{2x - 5} = 4$$



$4=4, x \in R$ bo'ladi. Lekin $\sqrt{2x-5} \geq 0, (x \geq 2,5)$ va $x \leq 3$ ekanidan $x \in [2,5;3]$.

Javob: $x \in [2,5;3]$.

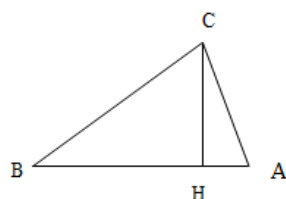
4-masala. $\left(1 - \frac{1}{2}\right)\left(1 - \frac{1}{3}\right)\left(1 - \frac{1}{4}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{2026}\right)$ ko'paytmani hisoblang.

Yechimi: $\left(1 - \frac{1}{2}\right)\left(1 - \frac{1}{3}\right)\left(1 - \frac{1}{4}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{2026}\right) = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{4}{5} \cdot \dots \cdot \frac{2025}{2026} = \frac{1}{2026}$.

Javob: $\frac{1}{2026}$

5-masala. Agar ABC uchburchakning A burchagi 75° , CH balandligi AB tomonning yarmiga teng bo'lsa, u holda CBA burchak topilsin.

Yechimi:



$\angle A = 75^\circ$ ekanligidan $\angle ACH = 15^\circ$. $\operatorname{tg} 15^\circ =$

$\frac{AH}{CH}$, $\operatorname{tg} \angle BCH = \frac{BH}{CH}$ tengliklarga egamiz.

$BH = AB - AH$ ekanligini e'tiborga olsak,

bunda $AB = 2CH$

$$\operatorname{tg} \angle BCH = \frac{BH}{CH} = \frac{AB - AH}{CH} = \frac{AB}{CH} - \frac{AH}{CH} = 2 - \operatorname{tg} 15^\circ = 2 - \frac{\sin 15^\circ}{\cos 15^\circ} = 2 - \frac{\sqrt{2-\sqrt{3}}}{\sqrt{2+\sqrt{3}}} =$$

$$= 2 - \frac{\sqrt{2-\sqrt{3}} \cdot \sqrt{2-\sqrt{3}}}{\sqrt{2+\sqrt{3}} \cdot \sqrt{2-\sqrt{3}}} = 2 - (2 - \sqrt{3}) = \sqrt{3}, \angle BCH = 60^\circ. \text{ Demak, } \angle CBA = 30^\circ \text{ bo'ladi.}$$

Javob: $\angle CBA = 30^\circ$

Metodik tavsiyalar

Murakkab masalalarni bir necha usulda yechish, chizmalar va GeoGebra dasturidan foydalanish, guruhlarda muhokama qilish hamda yechimlarni taqqoslash tavsiya etiladi.

Xulosa

Murakkab matematik masalalar ustida muntazam ishlash o'quvchilarning mantiqiy, analitik va ijodiy fikrlashini rivojlantiradi hamda olimpiada va kirish imtihonlariga tayyorgarlik samaradorligini oshiradi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR:

2. Abduhamidov A.U., Nasimov X.A., Nosirov U.M., Husanov J.H. Algebra va matematik analiz asoslari. I qism. /Darslik akademik litseylar uchun. –Toshkent: 2008y

2. Husanov J, Nasimov X.A, Shamsiddinov N.B. Geometriya. /Akademik litseylar uchun darslik. 1- qism. –Toshkent: 2022

3. Matematika o'qitish metodikasiga oid ilmiy manbalar.

4. Olimpiada masalalari to'plami.