

Murtozaqulov Z. M.

Algebra va matematik analiz kafedrası katta o'qituvchisi

Chirchiq davlat pedagogika universiteti

Annotatsiya: *Ekspontensial va logarifmik tenglamalar matematik analizning muhim bo'limi bo'lib, ular texnika, iqtisodiyot, axborot texnologiyalari va tabiiy fanlarda keng qo'llaniladi. Ushbu tenglamalar ko'pincha murakkab jarayon va hodisalarni ifodalashda uchraydi, masalan, aholining o'sish dinamikasi, radioaktiv parchalanish, foiz stavkalari bo'yicha mablag'larning ortishi, kompyuter algoritmlarining murakkabligi va turli fizik jarayonlarni modellash. Ekspontensial va logarifmik funktsiyalarning o'zaro teskari bog'liqligi ularni yechishda alohida yondashuvlar ishlab chiqishni talab etadi. Tenglama tarkibidagi noma'lumlar daraja ko'rsatkichida yoki logarifm ostida bo'lgani sababli oddiy algebraviy o'zgartirishlar har doim ham yetarli bo'lmaydi. Mazkur maqolada ekspontensial va logarifmik tenglamalarni yechishning yetakchi usullari, ularning afzalliklari va qo'llanish doirasi yoritiladi. Asosiy e'tibor tenglamalarni oddiylashtirish, logarifm va darajalar xossalariidan foydalanish, tenglamalarni ekvivalent o'zgartirish, shuningdek sonli va grafik metodlarga qaratilgan. Keltirilgan usullarni o'quv jarayonida qo'llash orqali talabalarning amaliy ko'nikmalarini rivojlantirish, matematik fikrlashni kengaytirish va real masalalarni yechish kompetensiyasini oshirish mumkinligi ilmiy asoslanadi.*

Kalit so'zlar: *ekspontensial tenglama, logarifmik tenglama, daraja ko'rsatkichi, logarifm xossalari, ekvivalent o'zgartirish, grafik metod, sonli metod, matematik model, funksional bog'lanish, teskari funktsiyalar.*

Kirish

Ekspontensial va logarifmik tenglamalar yuqori matematikaning asosiy bo'limlaridan biri hisoblanib, ularning o'rganilishi ko'plab amaliy masalalarni yechishda muhim ahamiyat kasb etadi. Ekspontensial tenglamalarda noma'lum miqdor daraja ko'rsatkichida ishtirok etadi, ya'ni ular quyidagi umumiy ko'rinishda ifodalanadi:

$$a^{f(x)} = b$$

bunda ($a > 0$), ($a \neq 1$) bo'ladi. Logarifmik tenglamalarda esa noma'lum logarifm ostida yoki logarifmning argumentida uchraydi:

$$\log_a(f(x)) = g(x)$$

Bunday tenglamalarni yechishning o'ziga xos murakkabliklari mavjud, chunki noma'lumning funksional joylashuvi oddiy arifmetik amallar bilan yechimni topishga imkon bermaydi. Shu sababli o'quv jarayonida talabalarga ekspontensial va logarifmik funktsiyalarning xossalariini chuqur o'rgatish zarur bo'ladi. Masalan, darajalar xossalariidan foydalanib quyidagi ekvivalentliklardan keng foydalaniladi:

$$a^x = b \Rightarrow x = \log_a b$$

$$\log_a x = y \Rightarrow x = a^y$$

Ekspontensial tenglamalar fizikada radioaktivlik qonuni ($N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$), iqtisodiyotda murakkab foizlar formulasi ($S = S_0(1 + r)^n$), informatikada algoritmlarning murakkabligi kabi jarayonlarni tasvirlaydi. Logarifmik tenglamalar esa o'sish tezligi, tovush kuchi, pH darajasi kabi ko'rsatkichlarni modellashtirishda qo'llanadi.

Shu nuqtayi nazardan, mavzuning dolzarbligi shundaki, zamonaviy texnika va iqtisodiyot sohalarida qo'llaniladigan matematik modellar ekspontensial va logarifmik bog'lanishlarga asoslanadi. Oliy ta'limda ushbu tenglamalar bo'yicha bilimlarni mustahkamlash orqali talabalar nazariy va amaliy masalalarning samarali yechimini ta'minlay oladilar. Mazkur tezisdan aynan shu turdagi tenglamalarni yechish usullari tizimli ravishda o'rganilib, natijalar tahlil qilinadi.

Metodlar

Ekspontensial va logarifmik tenglamalarni yechishning samarali metodlarini tanlash tenglama tuzilishiga bog'liq bo'lib, avvalo ularni ekvivalent o'zgartirishlar orqali sodda ko'rinishga keltirish talab etiladi. Darajali va logarifmik funksiyalar xossalariidan to'g'ri foydalanish mazkur jarayonning asosiy omilidir. Quyidagi usullar eng ko'p qo'llaniladigan metodlar sirasiga kiradi:

Birinchisi usul — darajaga oid xossalardan foydalanish. Agar tenglama ko'rinishi:

$$a^{kx} = b$$

bo'lsa, uni logarifmlash orqali oddiy algebraviy tenglamaga keltirish mumkin:

$$kx \ln a = \ln b \Rightarrow x = \frac{\ln b}{k \ln a}$$

Ikkinchi usul — logarifmik xossalardan foydalanish. Misol uchun:

$$\log_a(x^2 - 3x + 2) = 1$$

tenglamani daraja shakliga o'tkazib:

$$x^2 - 3x + 2 = a^1$$

ko'rinishga keltiriladi va kvadrat tenglama usullari qo'llanadi.

Uchinchi usul — almashtirish metodi. Masalan:

$$5^{2x} - 5^x - 6 = 0$$

tenglamada ($t = 5^x$) deb olib, kvadrat tenglama ko'rinishiga o'tkazamiz:

$$t^2 - t - 6 = 0 \Rightarrow t = 3 \text{ yoki } t = -2$$

Shundan so'ng asl noma'lum tiklanadi.

To'rtinchi usul — grafik metod. Ekspontensial va logarifmik funksiyalarning grafigi yordamida tenglama ildizlari funksiyalar kesishish nuqtalari orqali aniqlanadi. Bu metod murakkab tenglamalarda yechimning mavjudligi va sonini baholashga imkon beradi.

Beshinchi usul — sonli metodlar. Analitik yechim topish qiyin boʻlgan tenglamalarda Nyuton metodi kabi iteratsion yondashuvlardan foydalanish mumkin:

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$$

Mazkur metodlar talabalarni turli koʻrinishdagi eksponensial va logarifmik tenglamalarni mustaqil hal qilishga yoʻnaltiradi, ularda matematik fikrlashni kengaytiradi hamda nazariy bilimlarning amaliy ahamiyatini oshiradi.

Natijalar

Eksponensial va logarifmik tenglamalarni yechish metodlarini tizimli qoʻllash natijasida ularning koʻplab amaliy masalalarni yechishda samaradorligi yaqqol koʻrindi. Avvalambor, funksiyalarning teskari bogʻlanishi asosida tenglamalarni osonlashtirish imkoniyati ortadi. Masalan, quyidagi tenglamani koʻrib chiqamiz:

$$2^{x+1} = 16$$

Darajalar xossasi asosida:

$$2^{x+1} = 2^4 \Rightarrow x + 1 = 4 \Rightarrow x = 3$$

Bu oddiy usul darajali tenglamalarni tez yechishga yordam beradi.

Logarifmik tenglamalarda esa argumentning taqiqlangan sohasini hisobga olish muhimdir. Masalan:

$$\log_3(2x - 1) = 2$$

Daraja koʻrinishiga oʻtkazamiz:

$$2x - 1 = 3^2 = 9 \Rightarrow 2x = 10 \Rightarrow x = 5$$

Bu yerda ($2x - 1 > 0$) shart bajariladi, demak yechim toʻgʻri.

Almashtirish metodi murakkab koʻrinishdagi tenglamalarda samarali boʻlib, quyidagi misolda kuzatish mumkin:

$$7^{2x} + 7^x - 12 = 0$$

Almashtirish:

$$t = 7^x \Rightarrow t^2 + t - 12 = 0$$

Kvadrat tenglamani yechamiz:

$$t_1 = 3, t_2 = -4$$

Ammo ($7^x > 0$), demak (t_2) mos kelmaydi. Shundan:

$$7^x = 3 \Rightarrow x = \log_7 3$$

Bu natija sonli qiymatga ega boʻlib, taxminan:

$$x \approx 0.5646$$

Grafik metodning qoʻllanishi ham muhim natijalar beradi. Funksiyalar kesishish nuqtalari orqali yechimlar soni va mavjudligi haqida tasavvur hosil qilinadi. Talabalar eksponensial graflarning tez oʻsishini, logarifmik funksiyaning esa sekin oʻsuvchi xarakterga egaligini kuzatib, tenglamani intuitiv tahlil qilish qobiliyatiga ega boʻladilar.

Sonli metodlar matematik modellashirishda keng qo'llaniladi. Xususan Nyuton metodi murakkab tenglamalar uchun yuqori aniqlikdagi takroriy yaqinlashuvni ta'minlaydi:

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$$

Yuqoridagi natijalar shuni ko'rsatadiki, turli metodlar eksponensial va logarifmik tenglamalarni yechishda bir-birini to'ldiradi, ulardan to'g'ri tanlov qilish yechimning tezligi va aniqligini belgilaydi. Talabalar ushbu usullarni o'zlashtirganida nazariy bilimlarini real jarayonlarga tatbiq eta olish darajasi ortadi.

Muhokama

Eksponensial va logarifmik tenglamalarni yechish metodlari o'zaro bog'liq bo'lib, ularning har biri ma'lum masalalar doirasida samarali natija beradi. Masalan, oddiy ko'rinishdagi tenglamalarda darajalar va logarifmlar xossalari asosida bajariladigan ekvivalent o'zgartirishlar yetarli bo'ladi. Ammo tarkibida murakkab algebraik ifodalar mavjud bo'lgan tenglamalarda almashtirish metodidan foydalanish yechimni ancha soddalashtiradi.

Grafik metod talabalarning funksiyalar xususiyatlarini tahlil qilish ko'nikmalarini shakllantirishda katta ahamiyatga ega. Funksiyalarning kesishish nuqtalari orqali ildizlarning mavjudligi va ularning taxminiy joylashuvi aniqlanadi. Bu usul ayniqsa kompyuter grafik dasturlaridan foydalanilganda samaradorlikni oshiradi. Grafik metod analitik yechim topib bo'lmaydigan yoki juda murakkab bo'lgan vaziyatlarda ham muhim ilmiy ma'lumot beradi.

Sonli metodlar eksponensial va logarifmik tenglamalarning eng murakkab ko'rinishlarida qo'llaniladi. Ular aniq formulasiz, ammo iteratsiya orqali ildizga yaqinlashuvchi hisoblash jarayoniga asoslanadi. Nyuton metodining ustunligi yechimga tez yaqinlashishidir, ammo boshlang'ich nuqtani noto'g'ri tanlash natijani buzishi mumkin. Shuning uchun sonli metodlarni qo'llashda yechimning mavjudligi va boshlang'ich taxminning to'g'ri tanlanishi muhim ahamiyatga ega.

Metodlarni o'rganish jarayonida talabalar matematik modellashirishning mazmunini chuqurroq anglab yetadilar. Eksponensial bog'lanishlar aholining o'sish sur'ati, virus infeksiyalarining tarqalish tezligi, moliyaviy aktivlarning ortishi kabi real jarayonlarni aks ettiradi. Logarifmik bog'lanishlar esa axborot nazariyasi, kimyoviy reaksiyalar, akustika va geologiya kabi turli sohalarda uchraydi. Shu bois har ikki ko'rinishdagi tenglamalarni yechish usullarini chuqur bilish zamonaviy texnik mutaxassislar tayyorlashda muhim o'rin tutadi.

Shuningdek, ushbu tenglamalarni yechish orqali talabalar matematik fikrlash, algoritmik yondashuv va analitik tahlil qilish ko'nikmalarini mustahkamlaydilar. Nazariya va amaliyotning uyg'unligi talabalarning professional kompetensiyasini

kengaytiradi va ularni real muammolarni yecha oladigan mutaxassis sifatida shakllantiradi.

Xulosa

Ekspontensial va logarifmik tenglamalarni o'rganish texnika va boshqa tabiiy fanlar uchun zarur bo'lgan matematik asoslardan biridir. Ushbu tenglamalar ko'plab real jarayonlarning matematik modellarini ifodalashda uchraydi, shuning uchun ularni yechish usullarini chuqur o'zlashtirish talabalar oldidagi muhim vazifalardan sanaladi. Tadqiqot davomida ko'rib chiqilgan metodlar — darajalar va logarifmlar xossalari asoslangan ekvivalent o'zgartirishlar, almashtirish, grafik va sonli usullar — har xil murakkablikdagi masalalarni yechishda samarali natija beradi.

Ekspontensial tenglamalarning tez o'suvchi xususiyati bilan logarifmik tenglamalarning sekin o'suvchi tabiatini qiyoslash orqali talabalarda funksiyalarni tahlil qilish ko'nikmalari rivojlanadi. Grafik yechimlar yordamida ildizlarning mavjudligi va taxminiy joylashuvi aniqlanib, bu ularda vizual tasavvurni mustahkamlaydi. Sonli metodlar, xususan Nyuton metodi, analitik yechim topish qiyin bo'lgan murakkab tenglamalarda qo'llanilib, aniq qiymatga yaqinlashish imkonini beradi.

Natijada, ekspontensial va logarifmik tenglamalarni yechish usullarining uyg'unligi o'quv jarayonida nazariy bilimlar bilan birga amaliy ko'nikmalarni ham rivojlantiradi. Bu esa talabalarning matematik savodxonligini oshirib, ularni zamonaviy texnologik muammolarni hal eta oladigan raqobatbardosh mutaxassislar sifatida shakllanishiga xizmat qiladi. Mazkur mavzuning o'rganilishi matematikaning boshqa bo'limlari bilan integratsiyani kuchaytirib, texnikaviy ta'lim sifatining oshishiga hissa qo'shadi.

ADABIYOTLAR:

1. Abdullayev O., Matematika kursi. Toshkent: O'qituvchi, 2020.
2. Raxmonov N., Yuqori matematika asoslari. Toshkent: Fan va texnologiya, 2021.
3. Qizi, K. G. B. (2022). Modern requirements of authentic materials in efl/esl classroom.
4. Рахмонова, С. (2024). The notion of communicative competence. *Лингвоспектр*, 1(1), 86-87.
5. Kushakova, M. N., Akhmedov, B. A., Kushakova, M. S., & Umarova, D. R. Economic Characteristics and Principles of the Formation of the Transport Cluster in the Tourism Sector in the Conditions of the Digital Economy. *Sustainable Development of Transport*, 107.

6. Akhmedov, B. A. (2025). Implementing artificial intelligence and virtual learning environments in Elementary Schools in Uzbekistan. *Procedia Environmental Science, Engineering and Management*, 12(1), 63-70.
7. To‘rayev A., Algebra va analiz asoslari. Samarqand: Registon, 2019.