

UMUMIY O ‘RTA TA’ LIM MAKTABLARIDA MATEMATIKA DARSIDA
PARADOKSLAR ORQALI QIZIQARLI VA MANTIQUIY YONDASHUV

Alimov Zaxidjon Mamasoliyevich

*Namangan davlat universiteti akademik litseyi
matematika fani o ‘qituvchisi*

Annotatsiya

Ushbu maqolada 5–8-sinf o ‘quvchilari uchun mo ‘ljallangan, matematik fikrlashni chuqurlashtiruvchi **paradoksal masalalar** keltiriladi. Masalalar oddiy ko ‘rinishiga qaramay, o ‘quvchini chuqur mantiqiy tahlil, algebraik ehtiyotkorlik va eksponenta tafakkuriga undaydi. Maqolaning asosiy maqsadi — matematika fanini noodatiy, qiziqarli va hayrat uyg ‘otuvchi misollar orqali o ‘rgatishdir.

Kalit so‘zlar

Paradoksal masalalar, matematika, mashg‘ulot, maktab, radius, yechim, tenglik.

Kirish.

Umumiy xolda paradokslar , «shubhasiz to ‘g ‘ri» deb hissoblangan ikkita muloxazani bir –birini inkor etishini anglatadi. Qiziqarli matematika mashg ‘ulotlarida bunday muamolarni xal qiladigan masalalarni paradoksal masalalar deymiz. An’ anaviy matematik masalalar ko ‘pincha formulani qo ‘llashga asoslanadi. Paradoksal masalalar esa o ‘quvchini «nega bunday?» degan savolni berishga majbur qiladi. Aynan shu savol matematik tafakkurning asosi hisoblanadi. Quyida keltirilgan masalalar umumiy o ‘rta ta’ lim maktablari va iqtidorli o ‘quvchilar bilan ishlashda samarali bo ‘lib, algebra, geometriya va eksponenta tushunchalarini mustahkamlaydi.

1. Arqon paradoksi

Masala. Yer sharini ekvatori bo ‘ylab arqon bilan o ‘rab chiqildi. So ‘ng arqon uzunligi 1 metrga oshirildi va yer sathidan bir xil masofada ko ‘tarildi. Endi arqon bilan Yer orasidan sichqon o ‘ta oladimi?

Yechim. Yer radiusini R deb olamiz. Dastlabki arqon uzunligi: $L=2\pi R$

Yangi uzunlik: $L_1=2\pi R+1$

Yangi radius: $R_1=\frac{L_1}{2\pi} = R+\frac{1}{2\pi}$

Demak, arqon Yer sathidan: $\frac{1}{2\pi} \approx 0,16$ m ga ko‘tariladi. Bu masofa sichqon o‘tishi uchun yetarli.

Xulosa: Natija yer kattaligiga bog ‘liq emas – bu paradoksning eng qiziqarli jihati.

2. Son yo ‘qolishi paradoksi (algebra)

Masala. Quyidagi tengliklarni tekshiramiz:

$$a=b$$

$$a^2=ab$$

$$a^2-b^2=ab-b^2$$

$$(a-b)(a+b)=b(a-b)$$

Tenglikni har ikki tomonini $a-b$ ga qisqartirib:

$a+b=b$ yoki $a=b$ ekanligidan $2b=b$ va $2=1$ ga ega bo‘lamiz, bu yerda xato qayerda?

Yechim. Berilgan shart bo ‘yicha $a=b$ edi, bundan $a-b=0$ ekanligi kelib chiqadi, ma’lumki 0ga bo‘lish mumkin emas, xato aynan shu bosqichda yuz bergan.

Xulosa: Algebraik o ‘zgartirishlarda ta’qiqlangan amallarga etibor berish zarur.

3. Qog ‘oz buklash paradoksi

Masala. ddiy qog ‘ozni ketma-ket 50 marta buklash mumkin deb faraz qilaylik.

Agar qog ‘ozning boshlang ‘ich qalinligi 0,1 mm bo ‘lsa, uning qalinligi qanchaga yetadi?

Yechim. Har bir buklashda qalinlik 2 baravar oshadi. Shuning uchun:

$$t = 0,1 \times 2^{50} \text{ mm}$$

bu qiymat taxminan 10000000 metr ga teng bo‘ladi.

Xulosa: Eksponenta o ‘sish juda tez sodir bo ‘ladi va ko ‘pincha intuitsiyaga zid bo ‘ladi.

4. Nol paradoksi

Masala. Isbotlang:

$$0,99999\dots=1$$

Yechim: $0,9999\dots=x$

$x=1$ ekanligini isbotlashimiz kerak, buning uchun tenglikni har ikki tomonini 10ga ko ‘paytiramiz va $10x=9,999\dots$, ko ‘rinishidagi tenglikka ega bo ‘lamiz, buni

$$10x=9+0,9999\dots$$

Ko ‘rinishida yozish mumkin, ma’lumki $0,999\dots=x$, demak $10x=9+x$, $10x-x=9$, $9x=9$, $x=1$ ekanligini ko ‘rish mumkin

Shunday qilib, $0,9999\dots=1$ ekanligini ko ‘rish mumkin

Xulosa: Cheksiz o ‘nli kasrlar haqidagi noto ‘g ‘ri tasavvur ushbu paradoks orqali bartaraf etiladi.

5. Cheksiz o ‘sish paradoksi (qog ‘ozga o ‘xshash)

Masala. Bir bakteriya har daqiqada ikki baravar ko ‘payadi. Agar idish 60 daqiqada to ‘lsa, u qachon yarmiga to ‘lgan bo ‘ladi?

Yechim. Idish oxirgi daqiqada to ‘lib ketgan bo ‘lsa, undan oldingi daqiqada u faqat yarmiga to ‘lgan bo ‘ladi. Demak, idish 59-daqiqada yarmiga to ‘lgan.

Xulosa: Eksponenta o ‘sishda «yarim» tushunchasi oxirgi bosqichga juda yaqin joylashadi.

6. Daraxt tepasidagi qush joylashgan balandlikni aniqlash (cho ‘p yordamida balandlikni aniqlash)

Masala. Yerga balandligi 1 metr bo ‘lgan cho ‘p tik qo ‘yildi. Quyosh nuri tushganda cho ‘pning soyasi 0,4 metr, shu paytda daraxtning soyasi esa 8 metr bo ‘ldi. Daraxtning eng yuqori qismida qush o ‘tirgan.

Savol: qush yer sathidan necha metr balandda joylashgan?

Yechim (aniq va soddalashtirilgan tushuntirish)

1-qadam. Asosiy kuzatish

Quyosh nuri yerga deyarli parallel tushgani sababli, cho ‘p bilan uning soyasi va daraxt bilan uning soyasi o ‘xshash uchburchaklar hosil qiladi. O ‘xshash uchburchaklarda balandliklar va soyalar bir xil nisbatda bo ‘ladi.

2-qadam. Nisbatni aniqlash

Cho ‘p uchun balandlik va soya nisbatini hisoblaymiz:

Cho ‘p balandligi / cho ‘p soyasi = $1/0,4 = 2,5$ metr

Bu nisbat shuni bildiradiki, har 1 metr soya 2,5 metr balandlikka mos keladi.

3-qadam. Daraxt balandligini topish

Daraxt soyasi 8 metr bo ‘lganligi uchun:

$H = 8 \times 2,5 = 20$ metr

Demak, daraxtning balandligi 20 metr.

4-qadam. Qush balandligi

Qush daraxtning eng tepasida o ‘tirgani uchun, uning yer sathidan balandligi daraxt balandligiga teng bo ‘ladi.

Xulosa: qush yer sathidan 20 metr balandda joylashgan.

7. Axilles va toshbaqa haqidagi paradoks yoki Axilles toshbaqani quvib yeta oladimi?

Masala

Qadimgi grek afsonaviy paxlavoni Axilles o ‘zidan 100 metr masofada joylashgan toshbaqani quva boshladi, shu paytni o ‘zida uni kuzatib turgan toshbaqa qocha boshladi. Axilles 1 minutda 100 metr masofani, toshbaqa esa, 1 minutda 10 metr masofani bosib o ‘tadi, Axilles toshbaqani quvib yeta oladimi?

1-qadam. Masalani qo ‘yilishi:

Axilles _____ toshbaqa

100 metr

Yechish:

Axilles 100 metr masofani bosib o'tganda, toshbaqa ham 10 metr masofaga siljiydi, Axilles 10 metr masofani bosib o'tganda toshbaqa ham 1/10 metr masofaga siljiydi, Axilles 1/10 metr masofaga siljisa, toshbaqa 1/100 metr masofaga siljiydi, agar Axilles 1/100 metr masofaga siljisa u xolda toshbaqa 1/1000 metr masofaga siljiydi va xokazo. Bu tartibda Axilles toshbaqaga hech qachon yeta olmaydi

2-qadam. Asosiy taxlil:

Ammo yuqoridagi vaziyatni quyidagicha taxlil qilish mumkin:

Axilles sarflaydigan vaqtni hissoblaydigan bo'lsak,

$1 + \frac{1}{10} + \frac{1}{100} + \frac{1}{1000} + \dots + \frac{1}{10^n}$ shuncha vaqtdan so'ng Axilles toshbaqani quvib yetishi

kerak, buni qanday hissoblaymiz?

3-qadam. Hissoblash:

$1 + \frac{1}{10} + \frac{1}{100} + \frac{1}{1000} + \dots + \frac{1}{10^n} = 1 + 0,1 + 0,01 + 0,001 + 0,0001 + \dots = 1,1111111\dots = x,$

$x = ?$

$1,1111111\dots = x$, $1 + 0,1111111\dots = x$, bundan $0,1111111\dots = a$ deymiz va tenglikni har ikki tomonini 10ga ko'paytiramiz, tenglik $1,1111111\dots = 10a$ ko'rinishiga keladi, so'ngra buni

$1 + 0,1111111\dots = 10a$ ko'rinishida yozib olamiz. Ma'lumki $0,1111111\dots = a$ edi, shuning uchun yuqoridagi tenglikni $1 + a = 10a$ korinishida yozish mumkin, bundan $1 = 10a - a$ yoki $9a = 1$ va $a = \frac{1}{9}$

ekanligi ma'lum bo'ladi, demak, $1 + \frac{1}{9} = x$ yoki $x = 1\frac{1}{9} = 1,1(1)$ soni ratsional qiymat

Xulosa.

Axilles toshbaqani 1,1 minutdan bir oz ko'proq, 1,2 minutdan bir oz kamroq vaqt oralig'ida quvib yetadi.

Daraxt kesish xissoboti

Masala. O'rmondagi daraxtlarning taxminan 1000 tasi qarag'ay va ular jami daraxtlarning 99% ini tashkil qiladi. Qarag'aylarning ma'lum qismi kesilgach (talabga ko'ra), qolgan qarag'aylar o'rmondagi barcha daraxtlarning 98% ini tashkil qildi, taxminan nechta qarag'ay kesilgan?

Yechim. 1-qadam. Jami daraxtlar sonini topamiz:

1000-99%

$x - 100\%$ bunda x ormondagi jami daraxtlar soni,

demak, $1000 \times 100 = 99x$, bundan $x = \frac{100000}{99}$

2-qadam. Tenglama tuzish:

Agar kesilgan qarag'aylar sonini k ta desak, u xolda qolgan qarag'aylar soni $1000 - k$ ta bo'ladi, bundan o'rmondagi qolgan jami daraxtlar sonini $\frac{100000}{99} - k$ ta deyish

mumkin. Ma'lumki o' rmondagi qolgan daraxtlarning 98%ini qarag ' aylar tashkil qilgan, shung uchun $1000-k=0.98 \times (\frac{100000}{99}-k)$ tenglik o ' rinli bo'ladi.

3-qadam. Kesilgan daraxtlar sonini topish:

Yuqoridagi tenglamadan

$$1000-k=\frac{98000}{99}-0,98k$$

$$1000-\frac{98000}{99}=k-0,98k$$

$$\frac{1000}{99}=0,02k$$

$$k=\frac{100000}{99 \times 2}=\frac{50000}{99} \approx 505.05 \approx 505 \text{ ta.}$$

Xulosa. Qarag ' aylarning umumiy foiz hissobidan atigal% daraxt kesilgan, ammo soni xissobidan yarmidan ko ' pi kesilgan.

Umumiy xulosa

Keltirilgan paradoksal va hayotiy masalalar o ' quvchini faqat hisoblashga emas, balki mantiqiy tahlil qilishga, kuzatish va tajriba asosida xulosa chiqarishga o ' rgatadi. Arqon paradoksi, Axilles va toshbaqa haqidagi paradoks, nol va cheksiz o ' sish bilan bog ' liq masalalar algebraik tafakkurni rivojlantirsa, daraxt kesish xissoboti haqidagi masala, cho ' p yordamida balandlikni aniqlashga doir masalalar matematik bilimlarning real hayotda qanday qo ' llanilishini ko ' rsatadi. Bunday yondashuv matematika darslarini jonli, mazmunli va qiziqarli qiladi, o ' quvchilarni matematika faniga bo ' lgan qiziqishlarini yanada ortiradi hamda o ' quvchilarni yuqori darajadagi ta ' lim muassasalariga tayyorlashda muhim ahamiyat kasb etadi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR:

1. Qiziqarli matematika — Toshkent: O'qituvchi, 1987.
2. George Pólya. *Masalani qanday yechish kerak?* — Toshkent: O'qituvchi, 1990.
3. Bertrand Russell. *Matematik paradokslar va mantiq asoslari.* — Moskva: Nauka, 1983.
4. Matematika o'qitish metodikasi / R. Ishmuhamedov va boshqalar. — Toshkent, 2020.
5. O'zbekiston Respublikasi Maktabgacha va maktab ta'limi vazirligi. Umumiy o'rta ta'limning matematika fanidan davlat ta'lim standarti va o'quv dasturi. — Toshkent, 2022.
6. Mantiq va tafakkur asoslari. — Toshkent: Fan, 2018.
7. Lewis Carroll. *Mantiqiy masalalar va paradokslar.* — London, 1896.
8. Mathematics Education bo'yicha ilmiy maqolalar to'plami. — Toshkent davlat pedagogika universiteti nashri, 2021.