

**ЭЛЕМЕНТЫ СОВРЕМЕННОЙ ТЕОРИИ МАТРИЦ И СИСТЕМ
АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ****Алиев Абзор Мураткулович***Ассистент Термезского инженерно-агротехнологического университета**aliyevabror19861008@mail.ru*

Аннотация: В статье рассматриваются ключевые элементы современной теории матриц и их применение в теории систем автоматического управления. Анализируются матричные методы описания линейных динамических систем, методы устойчивости и управления в пространстве состояний, а также современные направления, включая сингулярный анализ и псевдообратные матрицы. Подчеркивается значение матричного аппарата в задачах оптимального, робастного и адаптивного управления.

Ключевые слова: матрицы, системы автоматического управления, устойчивость, управляемость, оптимальное управление, робастное управление, псевдообратные матрицы, сингулярное разложение.

Abstract: The article discusses key elements of modern matrix theory and their application in the theory of automatic control systems. The paper presents fundamental matrix-based methods for describing linear dynamic systems, including stability, controllability, and observability analysis in the state-space domain. Modern techniques such as singular value decomposition, pseudoinverse matrices, and Riccati matrix equations are also explored. Special emphasis is placed on the application of matrix tools in optimal, robust, and adaptive control tasks. The study highlights the essential role of matrix theory in the analysis and synthesis of complex control systems.

Keywords: matrices, automatic control systems, stability, controllability, optimal control, robust control, pseudoinverse matrices, singular value decomposition.

ВВЕДЕНИЕ

Современные системы автоматического управления (САУ) характеризуются сложной структурой, высокой размерностью и требованиями к точному математическому описанию. Теория матриц стала неотъемлемым инструментом в моделировании, анализе и синтезе таких систем, особенно в контексте линейной алгебры и теории управления в пространстве состояний. Современные достижения в матричном анализе позволяют расширить возможности классической теории управления и применять более гибкие и мощные методы анализа.

Современная теория матриц — это раздел линейной алгебры, который изучает свойства, структуры и применения матриц в условиях многомерных, динамических и стохастических систем. В отличие от классической теории, она

активно использует численные методы, функциональный анализ и прикладные задачи из инженерии, физики, информатики и управления.

1. Матричное описание динамических систем

Линейная система автоматического управления может быть представлена в виде:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t), \quad y(t) = Cx(t) + Du(t),$$

где:

- $x(t)$ — вектор состояния,
- $u(t)$ — вектор управления,
- $y(t)$ — вектор выходных переменных,
- A, B, C, D — матрицы системы.

Это представление особенно удобно для численного анализа и синтеза в современных компьютерных системах.

2. Ключевые матричные операции в управлении

- Определитель и характеристический многочлен: используются для анализа устойчивости (по корням уравнения $\det(\lambda I - A) = 0$);
- Обратные и псевдообратные матрицы (по Муру-Пенроузу): применяются в задачах минимизации и оптимального управления;
- Собственные значения и собственные векторы: определяют поведение системы во времени;
- Сингулярное разложение (SVD): активно используется при анализе робастности и в задачах идентификации систем.

Типы матриц:

- Квадратные и прямоугольные
- Разреженные матрицы (sparse matrices)
- Блочные матрицы (block matrices)
- Симметричные и эрмитовы
- Положительно определённые
- Случайные матрицы (random matrices)

3. Устойчивость и управление в матричной форме

Для определения устойчивости линейной системы важнейшую роль играет спектр матрицы A . Если все собственные значения имеют отрицательные вещественные части, система асимптотически устойчива.

Методы управления в пространстве состояний основаны на концепциях:

- Управляемости (контролируемости) — по критерию Калмана;
- Наблюдаемости — по матрице наблюдаемости;
- Стабилизации — путём выбора матрицы управления K в замкнутой системе $A_{cl} = A - BK$

4. Современные направления: робастное и оптимальное управление

Матричный подход широко используется в:

- Робастном управлении (теория H_∞), где важна сингулярная норма матриц для оценки чувствительности;
- Оптимальном управлении (методы Ляпунова, LQR), где решаются матричные уравнения Риккати;
- Адаптивных системах, где матрицы параметров обновляются в реальном времени по данным.

5. Пример: Применение SVD в анализе устойчивости

Сингулярное разложение матрицы системы позволяет оценивать робастную устойчивость к неопределённостям:

$$A = U \Sigma V^T,$$

где Σ — диагональная матрица сингулярных значений. Чем меньше минимальное сингулярное значение, тем чувствительнее система к внешним возмущениям.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ. Современная теория матриц представляет собой фундаментальную основу для построения и анализа сложных систем автоматического управления. От классических методов до передовых подходов в робастном и интеллектуальном управлении — матричные методы обеспечивают математическую строгость и высокую эффективность. Перспективы связаны с интеграцией матричных вычислений в интеллектуальные системы и машинное обучение для синтеза самообучающихся САУ.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ:

1. К.Р.Аллаев. Электромеханические переходные процессы. Ташкент-«Молия»-2007.
2. К.Р.Аллаев, А.М.Мирзабаев, Т.Ф.Махмудов, О.Ё.Нурматов. Переходные процессы. Ташкент-2020.
3. Андерсон Б.Д.О., Мур Дж. Б. Оптимальное линейное управление. М.: Наука, 1980.
4. Калман Р.Е. Mathematical description of linear dynamical systems. Journal of the Society for Industrial and Applied Mathematics, 1963.
5. Zhou K., Doyle J.C., Glover K. Robust and Optimal Control. Prentice Hall, 1996.
6. Хорн Р., Джонсон Ч. Матрицы и линейная алгебра. М.: Мир, 1986.
7. Skogestad S., Postlethwaite I. Multivariable Feedback Control: Analysis and Design, Wiley, 2005.